TRAYECTOS FORMATIVOS
PARA LA ACREDITACIÓN
DE APRENDIZAJES

4° y 5° año
Ciclo Orientado

Enseñar y aprender Matemática en cuarto y quinto año de la escuela secundaria

MATEMÁTICA

Buenos Aires Ciudad

Dirección General de Planeamiento Educativo (DGPLEDU)
Gerencia Operativa de Currículum (GOC)
Eugenio Visiconde

Asistente técnico pedagógica: Marcela Marchesano.

Equipo de especialistas en didáctica del Nivel Secundario: Bettina Bregman (coordinación), Cecilia Bernardi, Ana Campelo, Daniel Gentile, Marta Libedinsky, Adriana Vanin.

Especialistas: Pierina Lanza (coordinación), Maximiliano Ayaviri, Carla Cabalcabué y Luis Ontiveros.

Equipo Editorial de Materiales y Contenidos Digitales (DGPLEDU)
Coordinación general: Silvia Saucedo.
Coordinación editorial: Marcos Alfonzo.
Asistencia editorial: Leticia Lobato.
Edición: María Laura Cianciolo.
Corrección de estilo: Vanina Barbeito.
Diseño gráfico y diagramación: Patricia Peralta.

ISBN: en trámite.

Fecha de consulta de imágenes, videos, textos y otros recursos digitales disponibles en internet: 1 de julio de 2023.

Presentación general

En el contexto educativo actual, la transformación de la escuela secundaria adquiere una importancia cada vez mayor. El propósito de mejorar la calidad, la permanencia y la inclusión de los y las estudiantes en el sistema educativo nos desafía a construir nuevos acuerdos y poner en práctica renovadas estrategias. En este sentido, el Nuevo Régimen Académico vigente en la Ciudad de Buenos Aires, establecido por la Resolución 970/2022, prevé el funcionamiento de una Red de Fortalecimiento y Acreditación de los Aprendizajes, cuyos objetivos principales son los siguientes: fortalecer las trayectorias educativas de los y las estudiantes y lograr, a través del trabajo articulado y colaborativo, promover la acreditación de las asignaturas pendientes y la consecuente titulación.

En este marco nos es muy grato presentar los TRAYECTOS FORMATIVOS PARA LA ACREDITACIÓN DE LOS APRENDIZAJES, destinados a la formación general del ciclo orientado de la escuela secundaria. Estos Trayectos ofrecen un marco común respecto de las capacidades y contenidos priorizados en las áreas o espacios curriculares, que resultan indispensables para la construcción de los aprendizajes en los años siguientes, y constituyen una estrategia de planificación secuenciada de la enseñanza con el objeto de alcanzar los objetivos y desarrollar las capacidades esperadas.

Los TRAYECTOS FORMATIVOS PARA LA ACREDITACIÓN DE LOS APRENDIZAJES organizan la enseñanza en torno a núcleos centrales de cada área o espacio curricular y contribuyen al aprendizaje de un cuerpo significativo de saberes, a la vez que promueven el desempeño autónomo de los/as estudiantes, el desarrollo de habilidades vinculadas al pensamiento crítico, el trabajo reflexivo y colaborativo, la apropiación de recursos digitales y la participación en espacios formativos en interacción con otros/as jóvenes.

Este documento es un aporte a la tarea docente e incluye actividades y consignas enriquecidas con diversos recursos dirigidas a estudiantes, que pueden desarrollarse de manera individual o grupal.

Nos complace compartir este material con toda la comunidad educativa de la ciudad, y continuar trabajando día a día con el compromiso de que cada joven pueda transitar propuestas formativas enriquecedoras y proyectar un futuro mejor.

Mag. Javier José Simón
Director General
de Planeamiento Educativo

Prof. Fabián Capponi
Director General de Educación
de Gestión Estatal

Acerca de este trayecto

En el diseño curricular de Matemática se propone que los y las estudiantes se enfrenten, en el ciclo superior de la escuela secundaria, al desafío de transitar por ciertos recorridos que conduzcan a un conocimiento más profundo de los conceptos fundamentales estudiados en el ciclo básico, al desarrollo de nuevas habilidades y actitudes vinculadas a las prácticas propias del quehacer matemático en este ciclo y a la identificación de problemáticas que inviten al debate argumentado en la clase de Matemática. En este sentido, sigue siendo un eje central de la enseñanza en este ciclo la construcción de modelos matemáticos considerando situaciones extramatemáticas e intramatemáticas; asimismo, la apropiación paulatina de herramientas matemáticas que involucren la interpretación y construcción de propiedades sobre los números y las operaciones, la modelización de procesos a través de funciones, la representación de relaciones geométricas, la resolución de problemas extramatemáticos en los que hay que reconocer una o más condiciones sobre una o más variables, etc. Es importante que las diversas situaciones propuestas en el aula apunten a favorecer el progreso en la producción de argumentos deductivos en un ámbito de interacciones entre estudiantes y docente. En el trabajo colectivo, se espera que avancen en la construcción de algunas reglas acerca de la validación en Matemática, por ejemplo que varios ejemplos no son suficientes para probar la validez de una propiedad, o que un contraejemplo sirve para descartar la validez de una propiedad y, a la vez, ofrece la posibilidad de analizar en qué dominio es válida y contribuye así a enriquecer su sentido.

Las actividades presentadas en este documento tienen la intención de involucrar a los/as estudiantes en una actividad de producción matemática. Se busca que, con la intervención docente, puedan ensayar, identificar errores, desarrollar diferentes resoluciones, analizar estrategias desplegadas por sus compañeros/as y tomar una posición argumentada frente a ellas. Este tipo de trabajo matemático resulta enriquecedor, pero también complejo, por lo que no se espera que se logre en el corto plazo ni en el transcurso de una única secuencia.

Por otro lado, desde el enfoque didáctico que sostiene esta propuesta, se entiende que los enunciados presentan una complejidad particular, en tanto aluden a situaciones problemáticas nuevas para los/as estudiantes. En este sentido, se espera que dichos enunciados puedan ser discutidos y consensuados en el colectivo de la clase, junto con el/la docente a cargo. De este modo, el análisis y la comprensión del enunciado será producto de dicho intercambio.

El material presenta un recorrido posible pero no único. En función de las particularidades del grupo con el que se trabaje, los/as docentes pueden agregar problemas similares intercalados, modificar las actividades o recortarlas según lo consideren necesario desde el punto de vista didáctico.

Se puede recurrir a las propuestas didácticas publicadas en la página web del Ministerio, en la Biblioteca Escolar digital y en Educación.

- Estudiar y aprender - Nivel Secundario. Tomos 1 y 2
- Matemática-Nivel Secundario
- Aprovechar cada hora libre - Matemática

En el marco de la clase será importante destinar tiempo para:
- Mostrar la diversidad de procedimientos, tratando de encontrar semejanzas y diferencias entre ellos con la intención de que cada estudiante pueda modificar sus estrategias y elegir otras que resulten superadoras.
- Poner en discusión resoluciones erróneas o no válidas en un determinado contexto (generadas por los/as estudiantes o propuestas por el/la docente) con el fin de analizar los conocimientos que se pusieron en juego, identificar los errores y proponer nuevas formas de resolución.

Este tipo de acciones son las que permitirán ir avanzando en la complejidad de las concepciones de los y las estudiantes sobre los diferentes objetos de conocimiento. Luego de finalizar con el recorrido del presente trayecto es importante que los/as alumnos/as tengan la posibilidad de revisar todo lo que han trabajado e identificar cuál es su posicionamiento en relación con los diferentes objetos abordados.

Será conveniente planificar variadas experiencias formativas con el propósito de que aprendan o profundicen diversas prácticas, priorizando la producción colectiva de conocimientos, el valor formativo de la actividad matemática escolar, los momentos de reflexión a partir del trabajo realizado, la comunicación respetuosa y el disfrute de estas instancias. Cuando los/as jóvenes se encuentran y comparten este tipo de experiencias con pares, ponen en juego saberes aprendidos para la resolución colaborativa de los desafíos que dichas prácticas les plantean.

Todas estas prácticas, que refieren a un quehacer matemático genuino, se vinculan a las diferentes capacidades explicitadas en cada una de las secciones. Por ejemplo, cuando se hace referencia al pensamiento crítico se espera, entre otras cosas, que los y las estudiantes puedan adoptar una postura propia y fundamentada respecto de una problemática en particular que se esté estudiando, siempre atendiendo y respetando las posiciones de otras personas.

Este trayecto se presenta como una valiosa oportunidad para fortalecer y/o potenciar los aprendizajes que, en relación con la matemática, se hayan podido construir en cada recorrido formativo dentro y fuera de la escuela. Además, ofrece pistas para que el/la docente a cargo pueda identificar qué saben los/as estudiantes sobre los contenidos que integran las propuestas de este material.

El presente documento está organizado en tres módulos. En el módulo introductorio se presenta el trayecto junto con las actividades que se pueden llevar adelante como un primer acercamiento, teniendo en cuenta que se trata del inicio de este recorrido didáctico. El módulo de desarrollo está dividido en distintas secciones. En la sección 1, se aborda el trabajo con los números reales; especialmente se establecen relaciones entre las diferentes formas de representar los números reales. En las secciones 2 y 3 se estudian las funciones polinómicas: dado un polinomio $P(x)$, se considera la función que a cada valor de x le hace corresponder el número y, que es su valor numérico, y se analizan algunas de sus propiedades, por ejemplo, dominio, raíces y continuidad. La sección 4 inicia con situaciones en contexto extramatemático que modelizan fenómenos de la vida real, donde el crecimiento o decrecimiento se hace de manera progresiva, como en la descripción de la evolución de la población de bacterias. Se avanza en la caracterización de la función exponencial y de su representación gráfica: signo, intervalo de crecimiento o decrecimiento y tendencia. La sección 5 inicia con situaciones que pueden ser modelizadas por funciones logarítmicas. Luego avanza con un análisis intramatemático a partir de la variación del gráfico producido por la variación de la fórmula y viceversa, y finaliza con un estudio de dichas funciones. En la sección 6 se analizan situaciones expresadas por una función racional: discontinuidad, intervalos de crecimiento o decrecimiento y tendencia. La sección 7 tiene por objetivo recuperar aquellas propuestas vinculadas a la resolución de problemas que impliquen el uso de las razones trigonométricas de un triángulo rectángulo y de los teoremas del seno y del coseno. Por último, en la sección 8 se presentan actividades que implican estudiar las funciones periódicas: dibujar las gráficas de las funciones circulares y describir sus propiedades más importantes, relacionar las gráficas de la función $y = f(x)$ con las de $y = a\,f(x)$, $y = f(bx)$, $y = f(x) + c$, y a la vez relacionar todas estas gráficas con sus respectivas fórmulas. A lo largo del módulo se incluyen algunas actividades "Para seguir aprendiendo", cuya resolución se propone por fuera del tiempo del encuentro, como trabajo autónomo de los y las estudiantes.

Finalmente, en el módulo de recapitulación y cierre, se retoman algunas orientaciones y se proponen ejemplos de actividades que intentan recuperar las nociones fundamentales de los contenidos trabajados a lo largo de las diferentes secciones.

Se espera que, al concluir el trayecto, los/as estudiantes hayan tenido la posibilidad de apropiarse, valorar, recuperar y capitalizar diversas prácticas propias de la matemática escolar, a partir de la diversidad de propuestas que este material ejemplifica a lo largo de los distintos módulos.

Las capacidades que este trayecto pretende trabajar son las siguientes: análisis y comprensión de la información; aprendizaje autónomo, individual y colectivo; comunicación; resolución de problemas; interacción social; trabajo colaborativo; pensamiento crítico y creatividad.

A continuación, se presenta cada instancia del trayecto con la intención de construir un recorrido que recupere los sentidos de enseñar y aprender Matemática durante la escolaridad secundaria.

Índice

Módulo introductorio

En este primer módulo se presenta la propuesta del trayecto y el tipo de prácticas involucradas. Debido a que este recorrido puede reunir a estudiantes de 4.º y 5.º año con diversidad de trayectorias, adquiere especial relevancia la planificación de distintas instancias que permitan recuperar y capitalizar aquellos procedimientos propios de la matemática escolar. En particular, este material promueve momentos de trabajo exploratorio, de argumentación, de elaboración y validación de conjeturas, de producción de síntesis y conclusiones, entre otros. Asimismo, el trayecto propone situaciones que permitirán a los/as estudiantes apoyarse en los conocimientos que tienen disponibles y progresar sobre estos saberes y sobre aquellos que son propios y específicos del nivel escolar en el que se encuentran actualmente.

Cada docente puede tomar como insumo este material y adecuarlo a las particularidades de su grupo. De este modo, la propuesta pretende ser un punto de apoyo para los y las docentes en la organización del trayecto. Además, tiene como objetivo colaborar en el diseño de un dispositivo que permita relevar información sobre los aprendizajes de los/as estudiantes sobre ciertos contenidos centrales que serán claves para avanzar en el recorrido del trayecto. Particularmente, en este trayecto cobra especial importancia el estudio de algunos modelos funcionales. Por esto, se propone trabajar en este primer módulo con actividades vinculadas a la modelización de situaciones mediante distintos tipos de funciones. Teniendo en cuenta que a lo largo del trayecto ocupará un lugar central identificar los diversos procesos ligados a la argumentación que los/as estudiantes lleven adelante, resulta interesante proponer diversas situaciones que colaboren con este quehacer matemático en particular. Es por ello que se incluyen para este módulo actividades para que los/as estudiantes desplieguen distintos tipos de acciones vinculadas a los procesos de argumentación en problemas que tienen como objetivo analizar fórmulas que modelicen una determinada situación, analizar gráficos y vincularlos con sus fórmulas correspondientes, abordar la función logaritmo como inversa de la exponencial, poner en juego el concepto de razón trigonométrica y estudiar la periodicidad de determinados fenómenos. Estas actividades, que abordan contenidos distintos, dialogan a partir del rol y el protagonismo que le otorgan a la/el estudiante en la escena didáctica.

Actividades para estudiantes

1. Una pelota se lanza verticalmente hacia arriba desde la ventana de una habitación. Se sabe que $A(t) = -5t^2 + 15t + 20$ es la fórmula que permite calcular la altura A de la pelota (en metros), medida desde el suelo, en función al tiempo t (en segundos) transcurrido desde que fue lanzada. Completen la siguiente tabla.

t (en segundos)	0,5	1	2	3,5
A (en metros)				

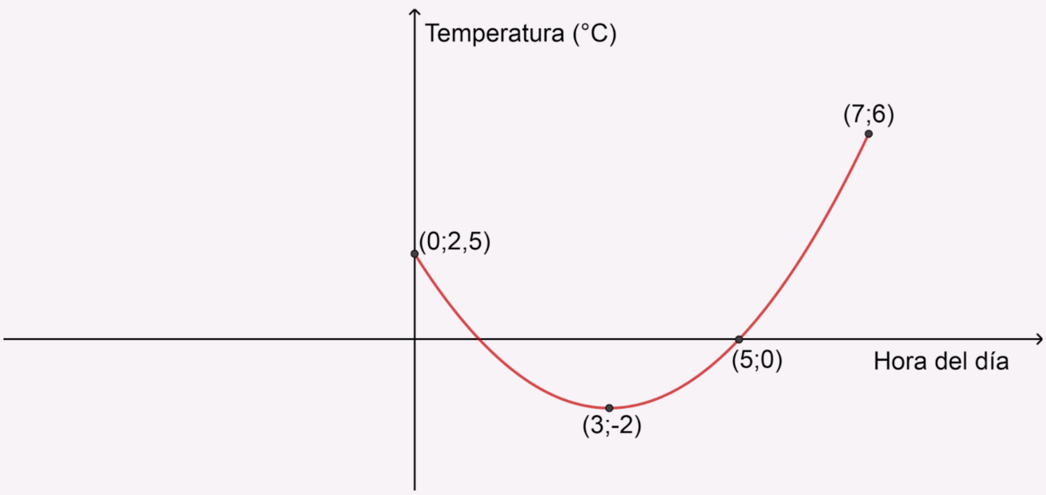
a. ¿Desde qué altura se lanza la pelota?

b. ¿Es cierto que a los 2 segundos la pelota está subiendo? ¿Por qué?

c. ¿Cuál es la altura máxima que alcanza esa pelota, y en qué momento la alcanza?

d. ¿Cuánto tarda la pelota en llegar al piso?

2. El siguiente gráfico de una función cuadrática describe la temperatura (en °C) registrada en Ushuaia, desde las 0 horas hasta las 7 de la mañana de un día de otoño. La temperatura mínima fue de −2°C a las 3 de la mañana.



a. ¿Cuál fue la temperatura a las 0 horas? Expliquen cómo se dieron cuenta.

b. A las 5 de la mañana la temperatura fue de 0°C, ¿en qué otro horario se registró esa temperatura? ¿Cómo lo obtuvieron?

c. ¿Cuál fue la temperatura a las 6 de la mañana?

d. Indiquen cuál de estas fórmulas puede representar la situación planteada en el gráfico, donde x representa la hora del día y $f(x)$ la temperatura registrada en cada momento.

$f(x) = -0{,}5(x - 1)(x - 5)$ $\qquad$ $f(x) = x^2 + 2{,}5$ $\qquad$ $f(x) = 0{,}5(x - 1)(x - 5)$

3. En informática se representa la información a través de la llamada codificación binaria, utilizando cadenas de bits formadas por ceros y unos, por ejemplo, 0101, 111, 101001, 1, etc. Mientras mayor sea la longitud de una cadena, mayor será la cantidad de información que se pueda codificar en ella. Por ejemplo, con una cadena de longitud 9 es posible codificar $2^9 = 512$ datos. Se toma 2 como base ya que cada elemento o bit de la cadena puede tomar dos valores: el 0 o el 1.

a. ¿Cuántos datos pueden codificarse con una cadena de longitud 3? ¿Y con una de longitud 4?

b. Completen la siguiente tabla.

Longitud de la cadena de bits	5	6	8	10	
Cantidad de datos que se puede codificar					8192

c. Escriban una fórmula que permita calcular la longitud de una cadena de bits $L(x)$ en función de la cantidad de datos x que se pueda codificar.

4. Si ascendemos por un camino que tiene una inclinación del 8%, es decir que se asciende 8 metros por cada 100 metros de recorrido, ¿cuál es el ángulo entre el camino y la dirección horizontal?

5. ¿Cuáles de los siguientes fenómenos que se citan a continuación creen ustedes que se repiten con cierta periodicidad?

- El crecimiento de las plantas.
- El movimiento de un péndulo.
- Los latidos de un corazón.
- Las fases de la luna.
- El sueldo de un/a trabajador/a.
- La celebración de los mundiales de fútbol.

a. Intenten determinar cuál es el período en los fenómenos seleccionados en la consigna anterior.

Módulo de desarrollo

Introducción

Las propuestas de enseñanza para este módulo procuran que los/as estudiantes puedan identificar y apropiarse de una manera de proceder propia de la matemática escolar que se origina a la hora de interactuar con situaciones específicas del terreno de la aritmética, la geometría, el álgebra y las funciones, siempre con el acompañamiento y guía de la/el docente. Es importante que el equipo docente escuche las voces de sus estudiantes y atienda sus inquietudes y desafíos en relación con las diversas prácticas matemáticas puestas en juego en la resolución de problemas, propiciando de esta manera un compromiso y una responsabilidad en el proceso de aprendizaje.

Cada sección está conformada por una actividad de apertura, actividades de desarrollo y una actividad a modo de cierre.

En la actividad de apertura es necesario destinar un tiempo para recuperar las ideas y los saberes que los/as estudiantes traen de su trayectoria en relación con su formación matemática, de manera que el/la docente tenga información diagnóstica para organizar y ajustar el resto de la jornada. En algunas secciones se proponen como apertura consignas para la reflexión sobre prácticas y experiencias. Es importante que el/la docente promueva la puesta en común de las ideas, sistematice algunos aspectos compartidos y encuadre la tarea que se va a realizar.

En las actividades de desarrollo se explicitan las tareas, los problemas y las actividades con los que se propiciará el abordaje de los contenidos seleccionados, así como algunas orientaciones didácticas para las y los docentes.

Las actividades de cierre son aquellas en las que las y los estudiantes podrán evaluar sus procesos y logros en instancias que incluyen situaciones de auto y coevaluación, además de la evaluación que realiza la/el docente.

También, en algunos casos, se presentarán “Actividades para seguir aprendiendo” con el objetivo de continuar el trabajo iniciado en cada sección o encuentro de manera autónoma, por fuera del horario del trayecto. Inclusive, si en algunas de las secciones la cantidad de actividades resulta extensa se puede considerar la posibilidad de que algunas de ellas sean trabajadas por los/as estudiantes de manera autónoma.

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación | Dirección General de Planeamiento Educativo | Gerencia Operativa de Currículum.

Sección 1. Números reales

Introducción

Se espera que, a lo largo del encuentro, los y las estudiantes pongan en juego las siguientes capacidades.

Comunicación social	Pensamiento crítico, iniciativa y creatividad	Análisis y comprensión de la información	Resolución de problemas
Interacción social y trabajo colaborativo	Ciudadanía responsable	Valoración del arte	Aprendizaje autónomo y desarrollo personal

Contenidos

Números reales

- Identificación de números que no se pueden expresar como cociente de enteros.
- Representación de números de la forma raíz cuadrada de naturales en la recta numérica.
- Aproximación de números reales por racionales. Uso de la calculadora.

Se propone una actividad inicial en la que tienen que decidir cuál o cuáles de los números dados son solución de una ecuación con la intención de recuperar las ideas que los/as estudiantes tengan respecto de los números reales. El objetivo es propiciar el debate sobre la diferencia entre el número buscado y las aproximaciones de ese número y proponer la identificación y el análisis de ese número que resulta ser solución de la ecuación. El trabajo con las calculadoras puede resultar de gran utilidad para la discusión sobre las características del número buscado y los distintos funcionamientos de las calculadoras. En particular, el uso de algunas aplicaciones de calculadoras de teléfonos celulares puede ser de gran ayuda para el debate colectivo ya que es posible obtener una gran cantidad de cifras decimales de los números irracionales al utilizar el desplazamiento en la pantalla de ese dispositivo. En el siguiente enlace se incluye un video que muestra un ejemplo de este funcionamiento.

Otro asunto importante para destacar en esta actividad está relacionado con la interpretación de la expresión de $\sqrt{3}$ como un número irracional y no como una operación.

A lo largo de las actividades se promueve también un trabajo que abone a la identificación de ciertos números que tienen infinitas cifras decimales que no se repiten periódicamente. Se propone el trabajo con reglas para la construcción de estos números, la diferenciación entre números racionales e irracionales y el orden de los reales.

En el trabajo con la representación en la recta numérica de algunos números racionales se espera no solo incorporar una técnica para poder representarlos sino también comenzar a discutir la idea de que a cada número real le corresponde un único punto en la recta numérica, y que a cada punto le corresponde un número real.

Actividades para estudiantes

Actividades de apertura

1. Indiquen cuál o cuáles de los siguientes números son solución de la ecuación. En cada caso, expliquen por qué.

$$n^2 = 3$$

a. 1,732
b. 1,7320508
c. $\sqrt{3}$
d. 1,7320508075688

2. ¿Es posible saber si cada uno de los siguientes números tiene una cantidad infinita de cifras decimales? ¿En qué casos se puede saber si son o no periódicas?

a. $\sqrt[4]{64}$
b. $-\frac{13}{9}$
c. $\frac{25}{3}$
d. $-10{,}5\overset{\frown}{3}$
e. $\sqrt[3]{5}$
f. $-\sqrt{7}$
g. $\frac{325}{90}$
h. 3,141592654
i. $\frac{5}{19}$

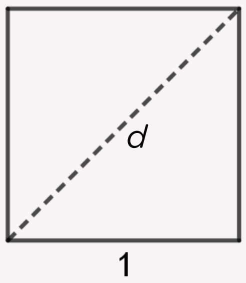
Actividades de desarrollo

1. Resuelvan las siguientes consignas:
   a. Encuentren tres números racionales entre 1,73 y 1,74. ¿Cuántos hay?
   b. Encuentren tres números irracionales entre 1,73 y 1,74. ¿Cuántos hay?
   c. ¿Cuántos números reales hay entre 1,73 y 1,74?

2. ¿Cuáles de los siguientes números son menores que $\sqrt{3}$?
   a. 1,732
   b. $1{,}7320\overset{\frown}{5}$
   c. 1,73205
   d. 1,732051
   e. 1,7320508

3. Resuelvan las siguientes consignas:

a. Calculen la medida de la diagonal *d* del siguiente cuadrado de lado 1.

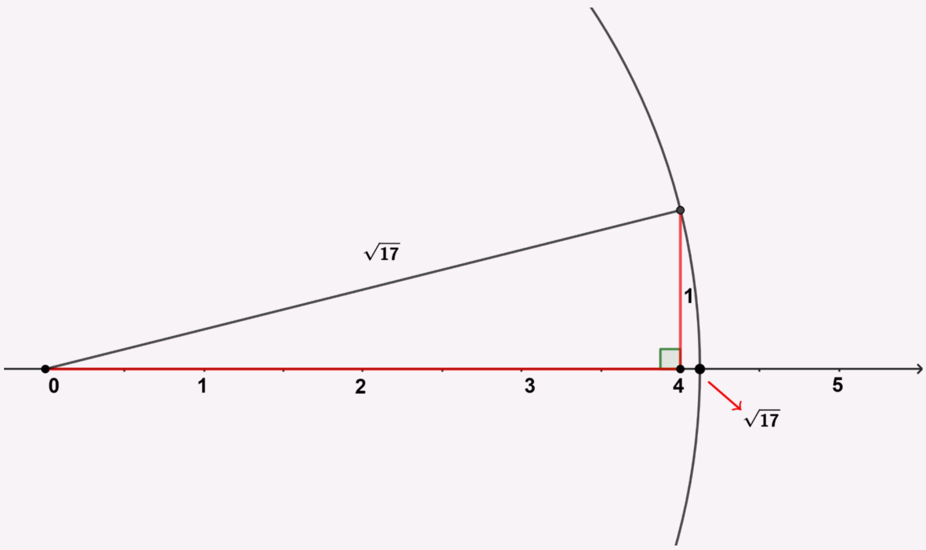


b. Ubiquen el número $\sqrt{2}$ en la siguiente recta numérica.

4. Luca dice que si construye un rectángulo de base 2 y altura 1, su diagonal mide $\sqrt{3}$ y Julia dice que su diagonal mide $\sqrt{5}$. ¿Quién tiene razón? ¿Por qué?

5. Representen el número $\sqrt{5}$ en la recta numérica. Expliquen cómo lo hicieron.

6. Josefina tenía que ubicar el número $\sqrt{17}$ en la recta numérica y realizó la siguiente representación:



a. Expliquen el procedimiento que utilizó Josefina para ubicar $\sqrt{17}$.

b. Utilicen el mismo procedimiento para ubicar los siguientes números en la recta numérica: $\sqrt{10}$, $\sqrt{11}$ y $\sqrt{12}$.

Actividades de cierre

1. Indiquen si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa y expliquen por qué.
   a. $\sqrt{\frac{1}{4}}$ es un número irracional.
   b. El siguiente de $\sqrt{6}$ es $\sqrt{6} + 1$.
   c. $\sqrt{5} + 2$ es un número irracional.
   d. Entre $\sqrt{10}$ y $\sqrt{11}$ hay infinitos números irracionales.
   e. $\sqrt{8}$ es un número que está entre 2 y 3.
   f. $\sqrt{5}$ es mayor que 2,23606798.
2. Resuelvan las siguientes consignas:
   a. Indiquen entre qué números enteros consecutivos se encuentra $\sqrt{13}$. Expliquen cómo se dieron cuenta.
   b. Escriban tres números racionales que sean menores y tres números racionales que sean mayores que $\sqrt{13}$.
   c. Escriban tres números irracionales que sean menores y tres números irracionales que sean mayores que $\sqrt{13}$.
   d. Ubiquen $\sqrt{13}$ en la recta numérica.

Sección 2. Funciones polinómicas. Primera parte

Introducción

Se espera que, a lo largo del encuentro, los y las estudiantes pongan en juego las siguientes capacidades.

Comunicación social	Pensamiento crítico, iniciativa y creatividad	Análisis y comprensión de la información	Resolución de problemas
Interacción social y trabajo colaborativo	Ciudadanía responsable	Valoración del arte	Aprendizaje autónomo y desarrollo personal

Contenidos

Funciones polinómicas

- Producción de fórmulas para modelizar diferentes procesos en los cuales la variable requiera ser elevada a distintos exponentes.
- Crecimiento, decrecimiento de funciones.
- Corrimientos en el gráfico de x^3.

En esta sección se abordará el inicio al trabajo con funciones polinómicas a partir de la producción de fórmulas que modelizan situaciones en las que la variable requiere ser elevada a diferentes exponentes. Se propone un trabajo inicial con una situación de modelización cuadrática y se avanza hacia el estudio de funciones polinómicas de tercer grado.

La primera actividad de desarrollo propone la modelización de una situación mediante una función de grado 3. El trabajo con la tabla podrá ser retomado tanto para la producción de la fórmula como para identificar el gráfico que corresponde a la situación planteada. Además, se pueden analizar los valores de la tabla para conjeturar que, considerando el marco del problema, cuando $x = 8$ el área de la caja es máxima. A partir de esto, será necesario evaluar la función para valores de x cada vez más cercanos a 8. El análisis realizado anteriormente con los números reales servirá de apoyo para discutir con los/as estudiantes que esto no alcanza para determinar matemáticamente que la función tiene un máximo en ese punto, retomando el concepto de densidad. Sin embargo, este trabajo representa un inicio al abordaje de los extremos en este tipo de funciones.

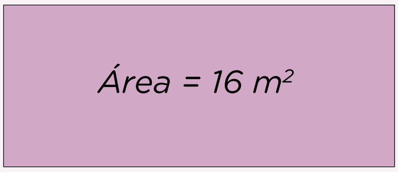
En relación con el análisis de los gráficos, el primero de ellos puede ser descartado porque no tiene intervalos de decrecimiento y el segundo, porque es simétrico. A partir del análisis de la tabla (tomando $x = 8$ como máximo), es posible identificar que la función no cumple con esa simetría.

Para el trabajo con el análisis de distintas funciones cúbicas, se espera que el registro algebraico pueda servir de apoyo para validar algunas conjeturas. Por ejemplo, para determinar que la función $f(x) = x^3$ no tiene máximos, es posible analizar que a medida que x toma valores cada vez más grandes $f(x)$ también. Por lo tanto no hay ningún valor de $x > 0$ para el cual $f(x)$ sea máximo. Del mismo modo se puede analizar para valores de x negativos.

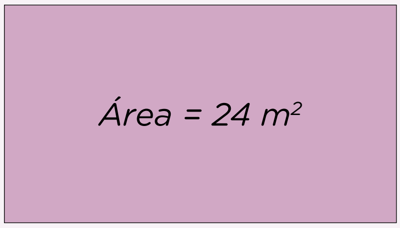
Actividades para estudiantes

Actividades de apertura

Emilia quiere armar una huerta rectangular en su patio. Para cercarla cuenta con un alambre de 20 m de largo. Realizó algunos esquemas para pensar las posibles dimensiones de la huerta y su área. Calculó que si el largo mide 8 m, entonces el ancho debe medir 2 m y la huerta tendrá un área de 16 m². Luego hizo lo mismo para varias medidas de la base, intentando aprovechar el cerco de la mejor manera posible.



Largo = 8m



Largo = 6m

En una tabla, quiere registrar las posibles medidas de la base (en metros) y el área de la huerta (en m²) teniendo en cuenta que va a usar todo el alambre.

Largo (m)	2	3	6	7	8	8,5	9,5
Área (m²)			24		16		

a. Completen la tabla con los valores que faltan.

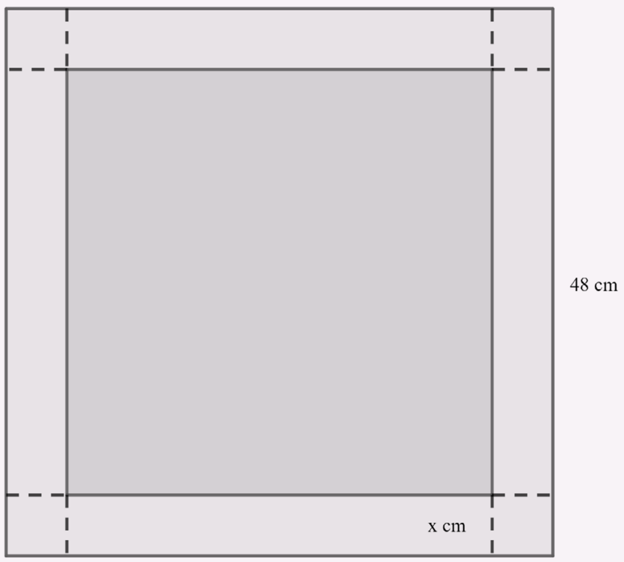
b. Si el largo de la huerta mide 6 m, su área es de 24 m². ¿Habrá algún otro valor de la base para el cual el área también sea 24 m²?

c. ¿Cuál o cuáles de las siguientes fórmulas permiten calcular el área A de la huerta (en m²) en función de la medida del largo b (en m)? Expliquen sus conclusiones.

$A(b) = b\,(10 - b)$ $\qquad$ $A(b) = b\,(20 - b)$ $\qquad$ $A(b) = 10\,b - b^2$

Actividades de desarrollo

1. Javier necesita armar cajas para los *souvenirs* de cumpleaños de su hijo. Para eso tiene planchas de cartón de 48 cm de lado y las va a armar recortando los cuadrados de lado x como se muestra en la figura.



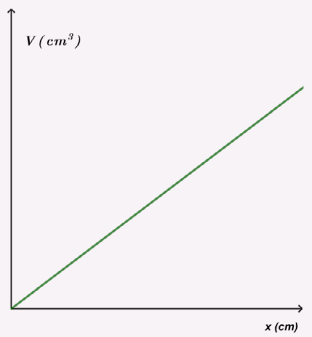
a. Completen la siguiente tabla que relaciona el volumen de la caja V (en cm^3) en función de la medida del lado x (en cm).

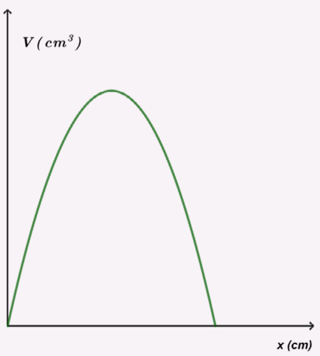
x (cm)	3	4	5	6,5	7	8	9
V (cm^3)							

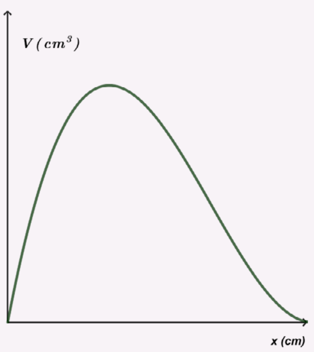
b. Escriban una fórmula que permita calcular el volumen V (en cm^3) en función del lado x (en cm) de los cuadrados.

c. Si Javier quiere que el volumen de las cajas sea el máximo posible, ¿cuál debe ser la medida x de los lados?

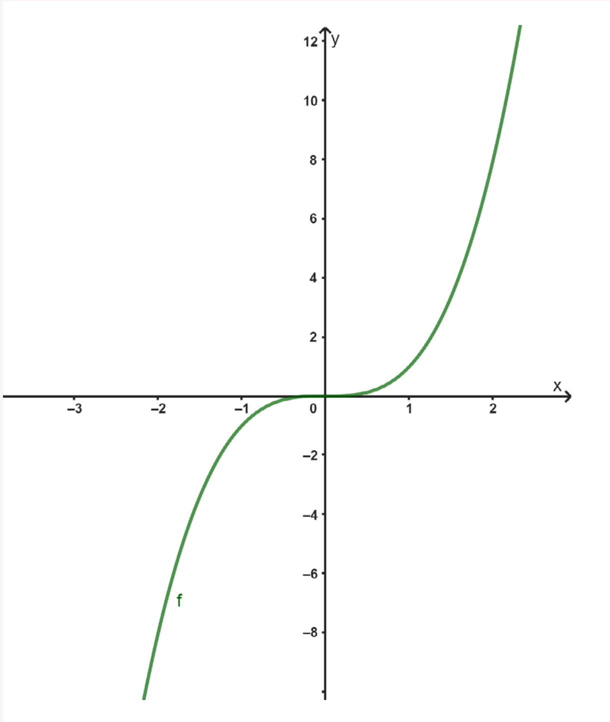
d. ¿Cuál o cuáles de los siguientes gráficos puede representar el volumen de las cajas en función del lado de los cuadrados de las puntas? Expliquen cómo lo pensaron.







2. El siguiente gráfico corresponde a la función $f(x) = x^3$.



A partir del gráfico, respondan las siguientes consignas:

a. Determinen intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.
b. Indiquen si la función tiene máximos y/o mínimos. Expliquen por qué.
c. Determinen la ordenada al origen y las raíces de la función.
d. Determinen intervalos de positividad y negatividad de la función.
e. Grafiquen las siguientes funciones y expliquen qué tuvieron en cuenta para hacerlo:

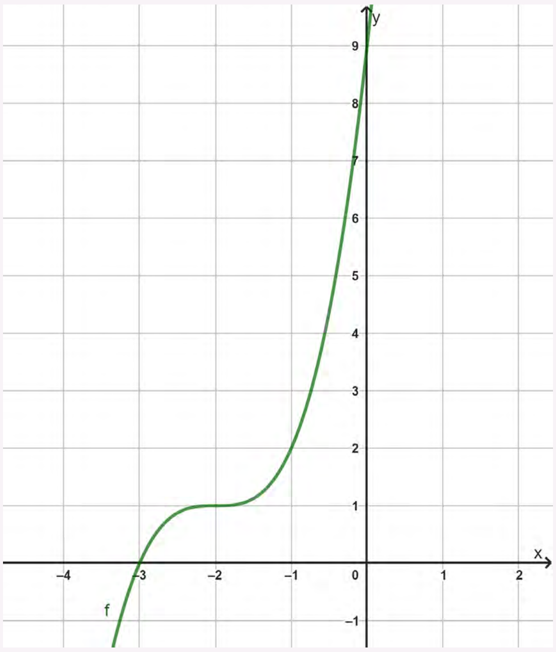
i. $g(x) = x^3 - 2$ **ii.** $h(x) = -x^3$
iii. $p(x) = (x - 1)^3$ **iv.** $q(x) = -x^3 + 2$

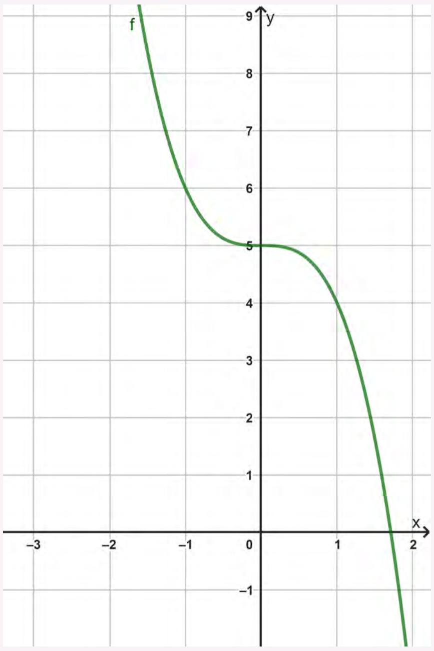
3. Luciana dice que la ordenada al origen de la función $f(x) = (x + 2)^3$ es 8. Expliquen cómo pudo haberlo averiguado.

4. Dada la función $g(x) = -(x - 1)^3 + 4$
a. Hallen raíces y ordenada al origen.
b. Determinen intervalos de crecimiento y decrecimiento.
c. Realicen el gráfico aproximado de la función.

Actividad de cierre

Para cada una de las funciones cúbicas representadas en los gráficos, escriban una fórmula posible.





Sección 3. Funciones polinómicas. Segunda parte

Introducción

Se espera que, a lo largo del encuentro, los y las estudiantes pongan en juego las siguientes capacidades.

Comunicación social	Pensamiento crítico, iniciativa y creatividad	Análisis y comprensión de la información	Resolución de problemas
Interacción social y trabajo colaborativo	Ciudadanía responsable	Valoración del arte	Aprendizaje autónomo y desarrollo personal

Contenidos

- Funciones polinómicas.
- Recursos algebraicos para estudiar el comportamiento de una función polinómica.

Esta sección del documento propone continuar con el trabajo de modelización iniciado en el apartado anterior de este trayecto y de situaciones extra matemáticas a partir de la producción de fórmulas de funciones polinómicas de grado superior a tres. Al mismo tiempo, se promueve un fuerte trabajo sobre las expresiones factorizadas de ciertas funciones polinómicas con el objetivo de identificar aquellas anticipaciones que es posible realizar sobre el comportamiento de la función a partir de la lectura y el análisis de este tipo de expresiones algebraicas.

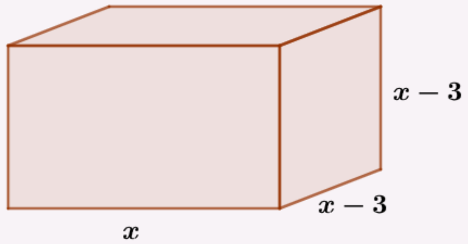
Por otro lado, las actividades que conforman este apartado invitan a las/os estudiantes a construir las fórmulas de determinadas funciones polinómicas a partir de sus raíces y/o de sus representaciones gráficas y a discutir sobre la unicidad de las fórmulas construidas a partir de la información disponible en el problema.

Por último, comprenden esta sección propuestas para que las/os estudiantes elaboren los gráficos aproximados de algunas funciones polinómicas expresadas en su forma factorizada. Este trabajo pretende recuperar aquellas discusiones y/o conclusiones que se hayan podido elaborar en los problemas anteriores en función del análisis de este tipo de expresiones algebraicas.

Actividades para estudiantes

Actividades de apertura

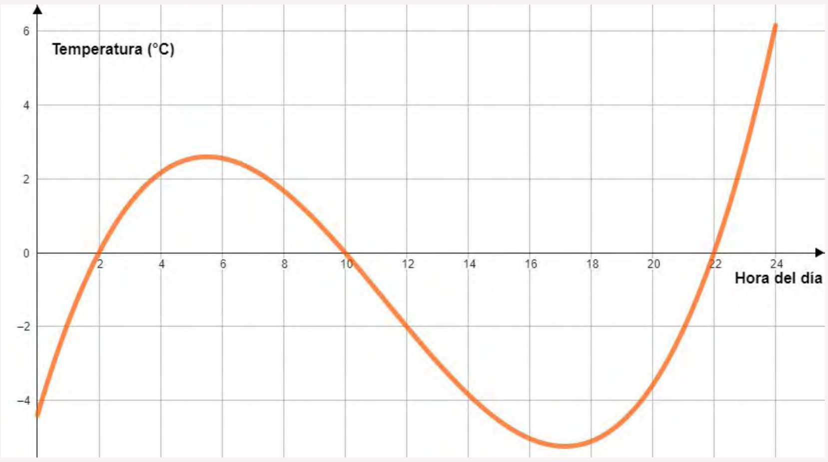
1. Mariana tiene que construir prismas, en su impresora 3D, que cumplan con las siguientes características: las longitudes del ancho y del alto de cada prisma tienen que ser 3 cm menores que la longitud del largo.

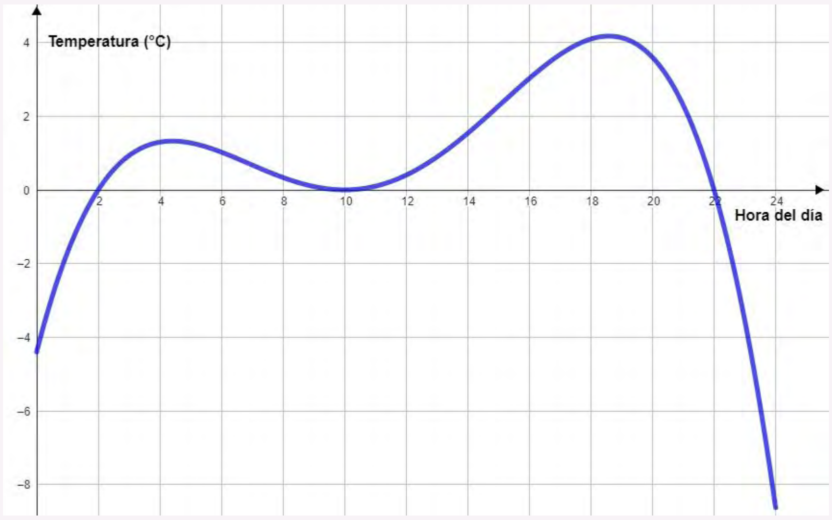


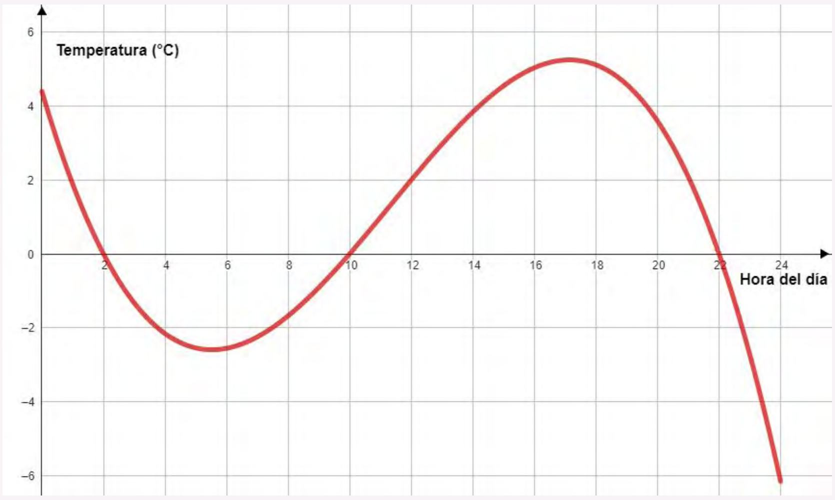
a. Si el largo del prisma (x) es de 12 cm, ¿cuál es su volumen?
b. Si el alto del prisma es de 6 cm, ¿cuál es el volumen del cuerpo?
c. Escriban una fórmula que permita calcular el volumen del prisma en cm^3 a partir de la longitud, en cm, del largo del cuerpo.
d. ¿Podría el largo del prisma ser de 2 cm? ¿Por qué?

2. Los valores de la temperatura (en C°) que se registraron en un día de otoño en una ciudad ubicada en el norte del continente europeo, pueden calcularse a partir de la función $t(h) = -0{,}01 \cdot (h - 2) \cdot (h - 10) \cdot (h - 22)$, donde h representa el tiempo expresado en horas del día.

a. ¿Cuál fue la temperatura de esta ciudad a las 3 a.m.?
b. ¿En qué horas del día la temperatura de la ciudad fue de 0°C?
c. ¿Qué sucedió con la temperatura entre la hora 10 y la hora 22?
d. ¿Cuál o cuáles de los siguientes gráficos representan correctamente a la función t?







3. A partir de la función $p(x) = -3 \cdot (x - 4) \cdot (x - 3) \cdot (x + 5) \cdot (x + 9)$, decidan si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifiquen cada una de sus respuestas.
   a. -3 es una raíz de la función p.
   b. La función p es negativa en el intervalo $(-9; -5)$.
   c. $p(0) = -1620$
   d. $p(-9) = 0$

Actividades de desarrollo

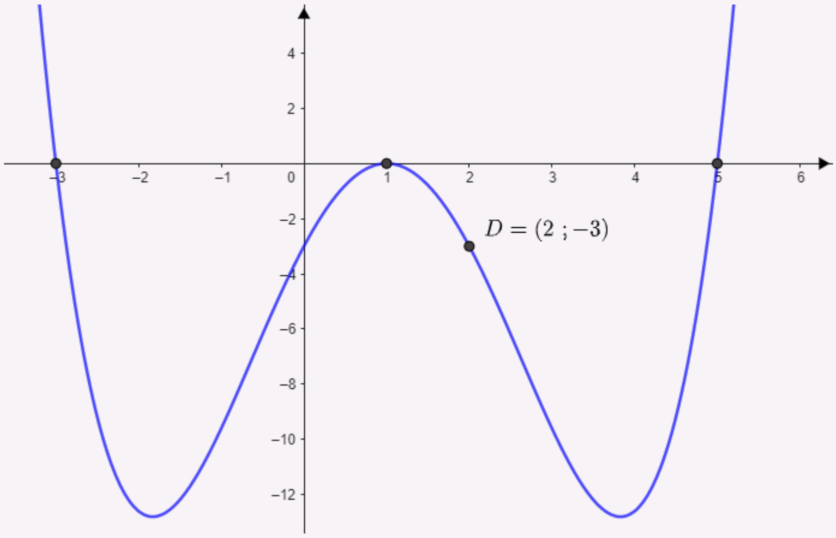
1. ¿Cuál o cuáles de las siguientes funciones representan la expresión factorizada de una función polinómica que tiene como raíces los siguientes valores: 3, -4, -2 y 1? Justifiquen su respuesta.
   a. $g(x) = -2 \cdot (x - 3) \cdot (x + 4) \cdot (x + 2) \cdot (x - 1)$
   b. $h(x) = 4 \cdot (x + 3) \cdot (x - 4) \cdot (x - 2) \cdot (x + 1)$
   c. $p(x) = -6 \cdot (x + 4) \cdot (x - 1) \cdot (x - 3) \cdot (x + 2)^2$
   d. $q(x) = 5 \cdot (x + 4) \cdot (x - 1) + (x - 3) \cdot (x + 2)$

2. Escriban dos funciones polinómicas de distinto grado que tengan como raíces los valores propuestos en la consigna de la actividad 1.
3. a. Escriban la expresión factorizada de una función polinómica que cumpla con las siguientes condiciones:
    - Sus únicas raíces son 3, −10 y 5.
    - La función es positiva en dos intervalos: en (−∞; −10) y en (3; 5).

   b. Una alumna de cuarto año dijo que con los datos que brinda esta actividad se puede proponer la expresión factorizada de infinitas funciones con esas características. ¿Por qué es correcta su afirmación? ¿Qué dato habría que agregar para que la respuesta al problema sea única?

Actividades de cierre

1. Escriban la expresión factorizada de una función polinómica de grado 4 cuya representación gráfica es la siguiente.



2. Escriban la expresión factorizada de una función polinómica *f* que cumpla con las siguientes condiciones:
    - Sus únicas raíces son -1, 1 y 6.
    - Es una función polinómica de grado 4.
    - La función es negativa en el intervalo (1; 6).
    - $f(2) = -72$

3. Representen gráficamente las siguientes funciones polinómicas expresadas en forma factorizada.
   a. $w(x) = -2 \cdot (x - 1) \cdot (x + 3) \cdot (x + 6)$
   b. $v(x) = -2 \cdot (x - 1) \cdot (x + 3)^2 \cdot (x + 6)$
   c. $u(x) = -2 \cdot (x - 1) \cdot (x + 3)^2 \cdot (x + 6)$
   d. $z(x) = x \cdot (x - 1) \cdot (x + 3) \cdot (x + 6)$

Sección 4. Función exponencial

Introducción

Se espera que, a lo largo del encuentro, los y las estudiantes pongan en juego las siguientes capacidades.

Comunicación social	Pensamiento crítico, iniciativa y creatividad	Análisis y comprensión de la información	Resolución de problemas
Interacción social y trabajo colaborativo	Ciudadanía responsable	Valoración del arte	Aprendizaje autónomo y desarrollo personal

Contenidos

Función exponencial

- Problemas que involucren el estudio de procesos de crecimiento y decrecimiento exponencial, discretos y continuos.
- La función exponencial: gráficos y fórmulas.
- Variación del gráfico a partir de la variación de la fórmula y viceversa.

En esta sección, las primeras actividades tienen el propósito de que los/as estudiantes comiencen a explorar situaciones sencillas de crecimiento exponencial y a producir fórmulas del tipo $f(x) = k \cdot a^x$ que modelicen este tipo de situaciones. En las actividades de apertura se presentan dos situaciones de crecimiento poblacional en las que la población inicial es 1 y se ofrece como dato el ritmo de crecimiento por hora. Es probable que algunos/as estudiantes comiencen a completar la tabla teniendo en cuenta un crecimiento lineal en vez de exponencial. En el espacio colectivo, será importante retomar esas producciones para ponerlas en discusión.

En las actividades de desarrollo se presentan distintas situaciones que intentan poner en juego diferentes ideas en relación con la función exponencial.

En la actividad 1 se ofrecen los datos en una tabla y los/as estudiantes tienen, entre otras cosas, que producir una fórmula que represente esa situación. En este caso, a diferencia de las actividades de apertura, ambas variables son continuas. Además, se trata de la primera actividad en la que el valor de k es distinto de 1.

La actividad 2 trae la novedad de presentar el crecimiento por minuto de una masa de determinada sustancia expresada en porcentaje. En este caso no tienen que producir la fórmula sino identificar cuál o cuáles de las fórmulas ofrecidas pueden representar esta situación. En el trabajo previo con la tabla será importante ir guardando registro de los cálculos que van realizando y de las regularidades encontradas, de modo tal que ese registro represente un punto de partida para el análisis de las fórmulas. Es probable que en esta instancia sea necesario también retomar algunas ideas respecto del concepto de porcentaje y las distintas formas de calcularlo.

La actividad 3 es la primera en la que se presenta una situación decreciente.

Las actividades 4 y 5 y la actividad de cierre se proponen avanzar con el estudio de este tipo de funciones y sus distintos registros de representación mediante situaciones intra matemáticas.

Actividades para estudiantes

Actividades de apertura

1. En un laboratorio se analiza el crecimiento de un tipo de bacterias, tomando mediciones una vez por hora. La cantidad de bacterias se duplica en cada hora que transcurre desde comenzada la medición.
   a. Completen la siguiente tabla que muestra la cantidad de bacterias en función del tiempo transcurrido desde el inicio del conteo.

Tiempo transcurrido (en horas)	0	1	2	3	4	5	6	7
Cantidad de bacterias	1	2						

   b. Escriban un cálculo que les permita averiguar la cantidad de bacterias luego de transcurridas 20 horas de iniciada la experiencia.
   c. Escriban una fórmula que permita calcular la cantidad B de bacterias en función del tiempo t medido en horas, suponiendo que se siguen reproduciendo al mismo ritmo.

2. Consideren una situación como la de la actividad anterior pero con un grupo de bacterias que se triplica en cada hora y la misma cantidad al comenzar el experimento, es decir, $B = 1$ cuando $t = 0$.
   a. Completen una tabla como la de la actividad 1 para este grupo de bacterias.
   b. ¿Cuál es la fórmula que te permite calcular la cantidad B de bacterias en función del tiempo t medido en horas?

Actividades de desarrollo

1. Un grupo de estudiantes analiza la variación de la masa de una sustancia, de la que se sabe que crece de manera exponencial. Los datos que registraron en una tabla son los siguientes:

Tiempo transcurrido (en horas)	0	1	2	5
Masa (en gramos)	25	75	225	6075

   a. ¿Cuál era la masa al comenzar la experiencia?
   b. Si la masa de la sustancia sigue creciendo del mismo modo, ¿cuál será la masa luego de 10 horas de comenzada la experiencia? ¿Y luego de 18 horas de comenzada la experiencia?
   c. Escriban una fórmula que permita calcular la masa de la sustancia M (en gramos) en función del tiempo transcurrido t (en horas) a partir de iniciada la experiencia.

2. Una sustancia sometida a una fuente de calor constante aumenta en un 25% su masa en cada minuto transcurrido durante la primera media hora.
   a. Completen la siguiente tabla que relaciona la masa de la sustancia M (en gramos) con el tiempo transcurrido t (en minutos). Expliquen qué cálculos hicieron para completarla, redondeando los resultados a dos decimales.

Tiempo transcurrido (en minutos)	0	1	2	3	4	5	6
Masa de la sustancia (en gramos)	200	250					

   b. Decidan cuáles de las siguientes fórmulas permiten calcular la masa de la sustancia M (en gramos) en función del tiempo transcurrido t (en minutos) a partir de iniciada la experiencia.

$M(t) = 200 \cdot 1{,}25^t$ $\quad$ $M(t) = 200 \cdot 1{,}25t$ $\quad$ $M(t) = 200 \cdot (1 + \frac{25}{100})^t$

   c. Calculen la masa de la sustancia para $t = 18{,}5$ minutos.

3. Se le administra un medicamento a un paciente y se analiza su evolución a través de muestras de sangre que se toman una vez por hora. Considerando que en el momento inicial (0 h) el paciente tiene 5 mg de medicamento en sangre y que la cantidad de miligramos restantes en el torrente sanguíneo del paciente disminuye un 10% cada hora, respondan las siguientes consignas:

a. Completen la tabla que relaciona la cantidad de miligramos del medicamento en la sangre del paciente con el tiempo transcurrido en horas desde que se le administró el medicamento.

Tiempo transcurrido (en horas)	0	1	2	3	4	5	6
Medicamento en sangre (en miligramos)							

b. ¿Cuál es la cantidad de medicamento en sangre transcurridas 15 horas?

c. Escriban una fórmula de la función que permita calcular la cantidad del medicamento *M(t)* restante en el torrente sanguíneo (medida en miligramos) en relación con el tiempo transcurrido *t* (medido en horas).

4. A partir de la función: $f(x) = 2^x$

a. Completen la tabla que se encuentra a la derecha.

b. ¿Cuál de los gráficos que se encuentran a continuación puede corresponder a la función *f*?

x	$f(x)$
-5	
-2	
-1	
0	
$\frac{1}{2}$	
2	

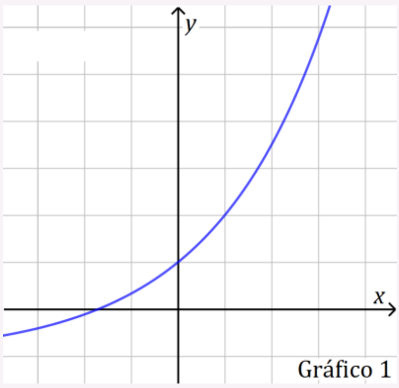


Gráfico 1

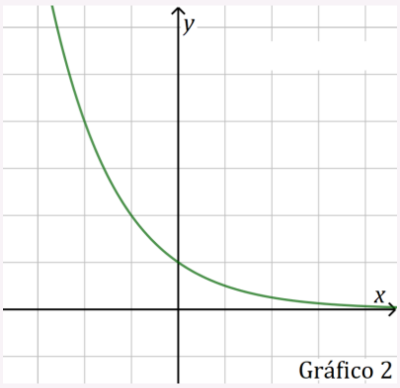


Gráfico 2

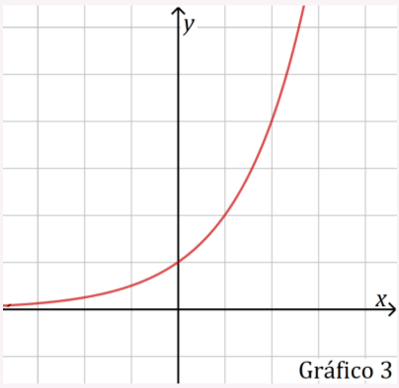


Gráfico 3

5. Resuelvan las siguientes consignas:

a. Grafiquen las siguientes funciones en el mismo sistema de ejes cartesianos:

$f(x) = 3^x$ $\qquad$ $g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ $\qquad$ $h(x) = 2 \cdot 3^x$

b. Analicen si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y expliquen sus respuestas:

› $f(2) = g(-2)$
› Las tres funciones tienen la misma ordenada al origen.
› Ninguna de las tres funciones corta el eje x.

Actividad de cierre

A continuación se presentan las fórmulas de seis funciones *(f, g, j, h, m, n)* y seis gráficos (A, B, C, D, E y F). Decidan cuál es el gráfico que le corresponde a cada una de las fórmulas, y expliquen por qué.

$f(x) = 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x$ $\qquad$ $g(x) = -2 \cdot 3^x$ $\qquad$ $j(x) = 4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x$

$h(x) = 0{,}5 \cdot 4^x$ $\qquad$ $m(x) = 4 \cdot 2^x$ $\qquad$ $n(x) = -2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x$

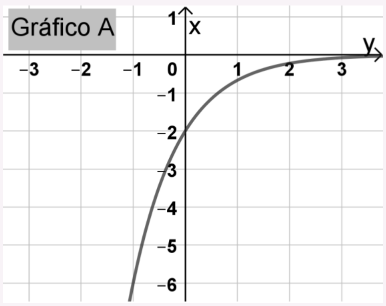


Gráfico A

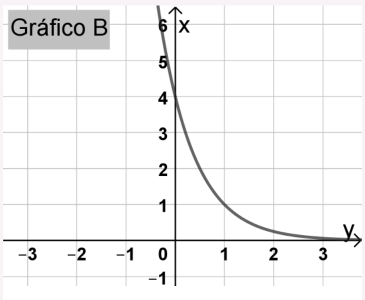


Gráfico B

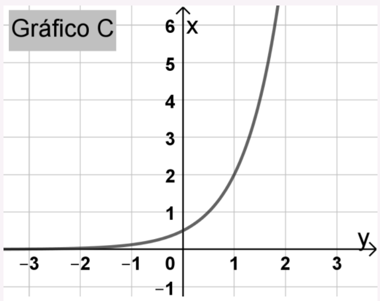


Gráfico C

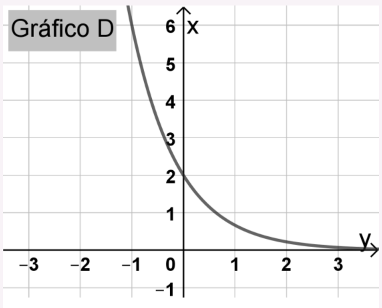


Gráfico D

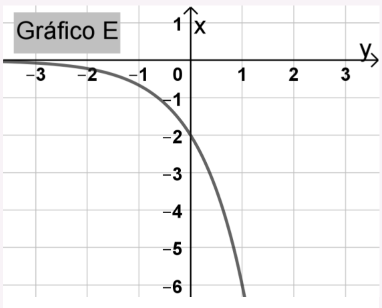


Gráfico E

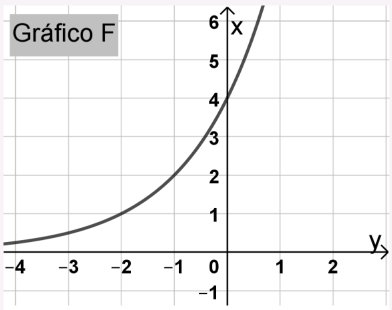


Gráfico F

Sección 5. Función logarítmica

Introducción

Se espera que, a lo largo del encuentro, los y las estudiantes pongan en juego las siguientes capacidades:

Comunicación social	Pensamiento crítico, iniciativa y creatividad	Análisis y comprensión de la información	Resolución de problemas
Interacción social y trabajo colaborativo	Ciudadanía responsable	Valoración del arte	Aprendizaje autónomo y desarrollo personal

Contenidos

- Gráfico y fórmulas.
- Variación del gráfico a partir de la variación de la fórmula y viceversa.
- Estudio de funciones logarítmicas y exponenciales: positividad, negatividad, ceros, crecimiento, decrecimiento.
- Problemas que se modelizan mediante ecuaciones logarítmicas.

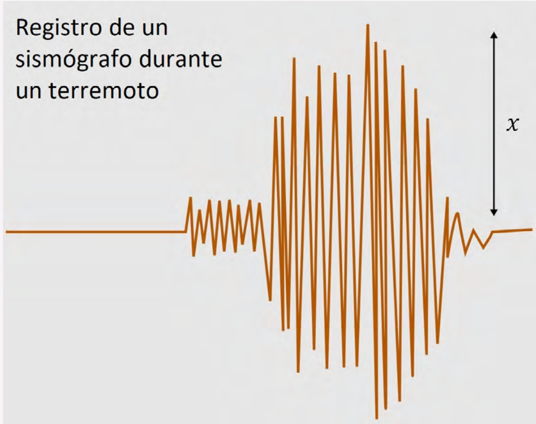
En el módulo introductorio se ha abordado la función logaritmo como inversa de la exponencial (actividad 3.c de dicho módulo). En esta sección se propone inicialmente trabajar sobre los distintos registros (gráfico y fórmulas) de esta función, a partir de situaciones problemáticas en contextos extramatemáticos, y en línea con la propuesta del *Diseño Curricular*. En el marco de estas modelizaciones, se abordan además las ecuaciones logarítmicas.

Desde la actividad 2 de desarrollo en adelante, las consignas son de índole intramatemática. Se estudian en ellas la variación del gráfico de la función logarítmica a partir de la variación de su fórmula. Del mismo modo, en las actividades de cierre se propone el estudio propiamente dicho de la función: crecimiento, decrecimiento, ordenada al origen, ceros, positividad, negatividad.

Para algunas de las actividades de esta sección, se ve involucrado el uso de *software* matemático para la representación gráfica. En particular, se emplea un recurso *online* de GeoGebra, tanto en la actividad 2 de desarrollo como en la actividad 1 de cierre y en la actividad para seguir aprendiendo.

Actividades para estudiantes

Actividades de apertura



1. Un sismógrafo es un instrumento utilizado para medir la magnitud de los terremotos. En estas mediciones, se emplea la escala de Richter, que mide la magnitud de un terremoto comparando la amplitud de las ondas sísmicas de dicho terremoto (imagen de la derecha) con la amplitud de la onda mínima, que es aquella generada por el menor movimiento que detectan los sismógrafos. El valor de esta amplitud mínima es de 0,001 milímetros, mientras que la magnitud *m* del terremoto está dada por la función

$$m(x) = log\left(\frac{x}{0{,}001}\right)$$

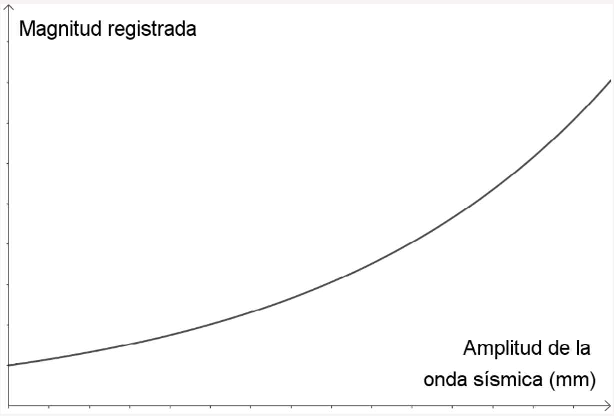
en donde *x* es la medida, en milímetros, de la amplitud de la onda sísmica registrada por el sismógrafo.

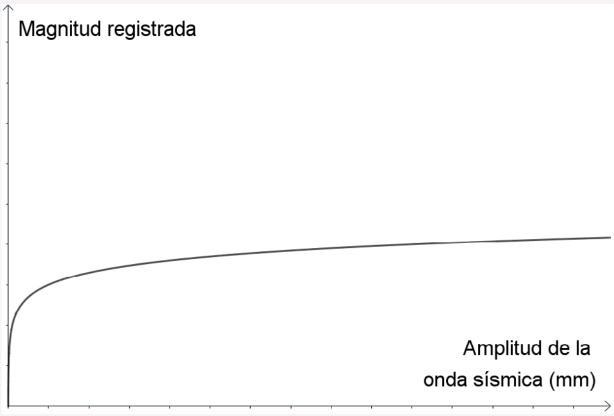
a. Calculen la magnitud de un terremoto cuya amplitud de onda sísmica es de 0,01 milímetros.
b. Si se registra una magnitud de 2 en la escala de Richter, ¿cuál es la medida de la amplitud de la onda sísmica provocada por el terremoto? ¿Y si se registra una magnitud de 3 en dicha escala?
c. Completen la siguiente tabla.

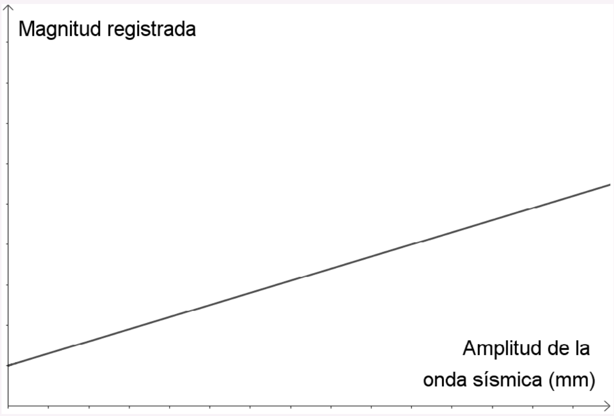
Magnitud registrada (escala de Richter)	1	2	3	4	4,5	5,5
Amplitud de la onda sísmica (mm)						

d. El terremoto de mayor magnitud registrado hasta la fecha en todo el mundo tuvo lugar en Valdivia, Chile, en el año 1960. Su magnitud fue de 9,5 en la escala de Richter. ¿Cuál fue la medida de la amplitud de su onda sísmica? ¿Cuántas veces más grande fue su amplitud de onda respecto de un terremoto de magnitud 5,5? ¿Y respecto de uno de magnitud 4,5?
e. Todos los días se registran terremotos, pero la gran mayoría son imperceptibles debido a su pequeña magnitud. En el sitio web del Instituto Nacional de Prevención Sísmica se lleva un registro, que se actualiza diariamente, de los últimos cincuenta sismos detectados en nuestro país. Ingresen a la web citada, observen la magnitud del terremoto más reciente y calculen la medida de su amplitud de onda sísmica.

2. ¿Cuál de los siguientes gráficos puede representar la magnitud de los terremotos en función de la amplitud de las ondas sísmicas? Expliquen cómo lo pensaron.







Actividades de desarrollo

1. El monto de dinero que una compañía recibe por sus ventas está vinculado con el total invertido en publicidad a través de la función $v(x) = 250 + 250 \cdot log(x - 5)$, en donde x es el total invertido en publicidad (en miles de pesos) y $v(x)$ representa el dinero obtenido de las ventas (en miles de pesos).
   a. ¿Cuántos miles de pesos es necesario invertir en publicidad para alcanzar ventas por un total de $500.000? Esto es, ¿para qué valor de x se cumple que $v(x) = 500$?
   b. ¿Cuál será el monto obtenido por las ventas si se invierte en publicidad un total de treinta mil pesos?
   c. ¿Cuál de los siguientes gráficos puede vincularse a $v(x)$?

Gráfico 1

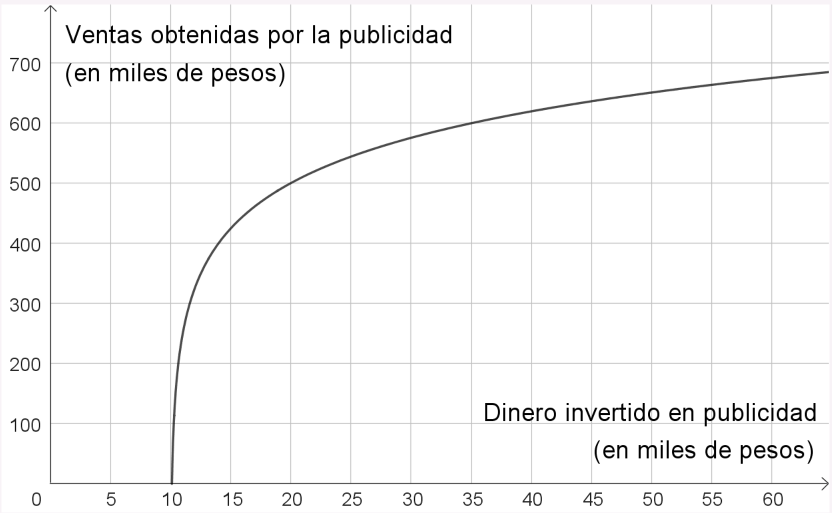


Gráfico 2

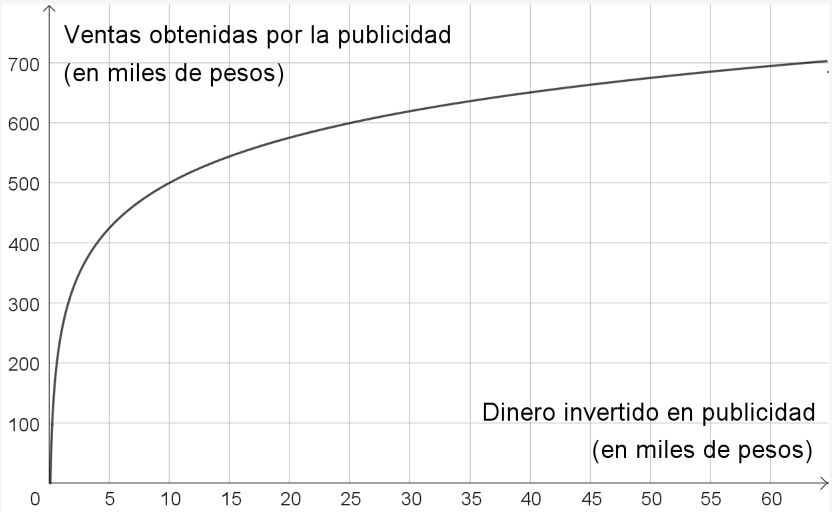


Gráfico 3

d. Sin hacer cálculos, vinculen las siguientes funciones a los gráficos restantes (gráficos 1, 2 o 3 del ítem **b.**). Expliquen cómo lo pensaron.

› $q(x) = 250 + 250 \cdot \log (x - 10)$
› $r(x) = 250 + 250 \cdot \log x$

2. Si ingresan al siguiente enlace podrán estudiar el comportamiento de la función logarítmica $f(x) = \log_a (x + b) + c$ modificando los valores tanto de la base a como de b y c.

› GeoGebra: Función logarítmica

Al ingresar, observarán el gráfico de la función $f(x) = \log_2 (x + 0{,}2)$. Exploren el recurso, modifiquen los valores mencionados (a, b y c) y luego respondan:

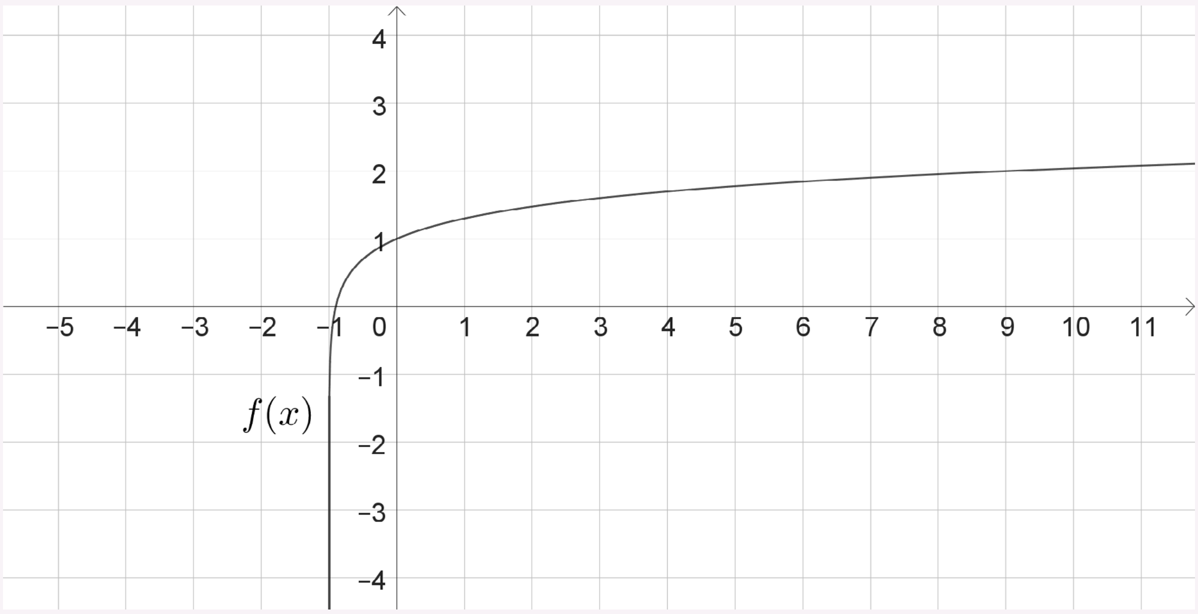
a. ¿Qué modificación en la fórmula produce un desplazamiento vertical en el gráfico de la función?

b. ¿Qué modificación en la fórmula produce un desplazamiento horizontal en el gráfico de la función?

c. ¿Qué cambio o cambios ocurren en la representación gráfica de la función cuando la base del logaritmo aumenta? ¿Y cuándo disminuye?

d. ¿En qué casos la función logarítmica es decreciente?

3. El siguiente es el gráfico de la función $f(x) = \log (x + 1) + 1$



a. A partir de este gráfico, describan cómo obtener los gráficos de las funciones g, h, i y j, dadas a continuación. ¿Cuáles tienen un desplazamiento horizontal respecto del gráfico de $f(x)$? ¿Y un desplazamiento vertical? ¿De cuántas unidades son, en cada caso, dichos desplazamientos?

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación | Dirección General de Planeamiento Educativo | Gerencia Operativa de Currículum.

- $g(x) = log\ (x + 1) + 3$
- $h(x) = log\ (x + 3) + 1$
- $i(x) = log\ (x - 3) + 3$
- $j(x) = log\ (x + 1) - 2$

b. Representen gráficamente cada función.

c. El gráfico de una función logarítmica $r(x) = log\ (x + a) + b$ se encuentra desplazado 2 unidades hacia abajo y 1 unidad hacia la derecha respecto del gráfico de $f(x)$. ¿Cuáles son los valores de a y b?

d. El gráfico de otra función logarítmica $s(x) = log\ (x + c) + d$ se encuentra desplazado 1,5 unidades hacia arriba y 3 unidades hacia la izquierda respecto del gráfico de $f(x)$. ¿Cuáles son los valores de c y d?

Actividades de cierre

1. Dada la función $f(x) = log_5\ (x + 1) - 1$, resuelvan:

a. Determinen el dominio de definición.

b. Calculen su ordenada al origen.

c. Calculen su raíz.

d. Sin hacer cálculos, indiquen si se trata de una función creciente o decreciente. Expliquen cómo lo saben.

e. Indiquen los conjuntos de positividad y negatividad de la función.

f. Ingresen al enlace de la segunda actividad de desarrollo y comparen sus respuestas con el gráfico de la función. Recuerden modificar los valores de *a*, *b* y *c* en la página de GeoGebra, según corresponda, para obtener el gráfico de $f(x)$. ¿Pueden leerse en el gráfico los resultados que obtuvieron en los ítems anteriores? Expliquen cómo pueden asegurarlo en cada caso.

2. Dada la función $g(x) = log_{0,1}\ (x + 10)$, resuelvan:

a. Determinen el dominio de definición.

b. Calculen su ordenada al origen.

c. Calculen su raíz.

d. Indiquen si se trata de una función creciente o decreciente y expliquen por qué.

e. Indiquen cuáles son los conjuntos de positividad y negatividad de la función.

f. Grafiquen la función.

3. Dada la función $h(x) = log_{0,2}\ (x + 1) + c$, determinen el valor de c para que su ordenada al origen sea -5. ¿Se trata de una función creciente o decreciente? ¿Cómo lo saben?

4. Dada la función $i(x) = log_a\ (x) + 1$, determinen el valor de a para que su raíz sea $\frac{1}{5}$. ¿Se trata de una función creciente o decreciente? ¿Cómo lo saben?

Actividades para seguir aprendiendo

Determinen dominio de definición, raíz, ordenada al origen, conjuntos de positividad y negatividad e intervalos de crecimiento y decrecimiento de las siguientes funciones. Luego, grafiquen cada una de ellas. Tengan en cuenta que algunas de estas funciones pueden ser representadas ingresando al enlace de la actividad 2 de desarrollo y que no todas ellas tienen ordenada al origen.

- $f(x) = log_2 (x + 4)$
- $g(x) = log_2 (x - 1) - 1$
- $h(x) = log_3 (x + 3)$
- $i(x) = log (x + 4)$
- $q(x) = log (x - 6)$
- $r(x) = log_{\frac{1}{2}} x$

Sección 6. Funciones racionales

Introducción

Se espera que, a lo largo del encuentro, los y las estudiantes pongan en juego las siguientes capacidades.

Comunicación social	Pensamiento crítico, iniciativa y creatividad	Análisis y comprensión de la información	Resolución de problemas
Interacción social y trabajo colaborativo	Ciudadanía responsable	Valoración del arte	Aprendizaje autónomo y desarrollo personal

Contenidos

- Análisis y usos para modelizar de funciones de la forma $y = \frac{k}{x}$

Esta sección propone un trabajo inicial sobre ciertos problemas que invitan a reflexionar sobre algunas de las características de la función racional en el marco de la producción y del análisis de fórmulas en contextos en donde las variables que intervienen se relacionan de manera inversamente proporcional. Asimismo, este documento pretende capitalizar la experiencia que las/os estudiantes han tenido en los años anteriores de su escolaridad en relación con el trabajo con los problemas de proporcionalidad inversa y con el uso de los distintos registros que existen para representar funciones.

Además, los distintos contextos que se proponen en cada una de las actividades que comprenden este apartado juegan un papel central y pretenden ser un punto de apoyo para que las/os estudiantes puedan interpretar e identificar determinados comportamientos y elementos de la función racional.

Por último, las actividades que constituyen el apartado final de esta sección invitan a que las/os alumnas/os elaboren las representaciones gráficas de algunas funciones racionales y que, al mismo tiempo, puedan establecer relaciones a partir de la influencia que existe entre ciertas modificaciones en las expresiones algebraicas de las fórmulas de las funciones con los desplazamientos de los gráficos.

Actividades para estudiantes

Actividades de apertura

1. Juan tiene una fábrica de muebles. Esta semana, una empresa le encargó para su oficina de reuniones una mesa rectangular de 16 m² de área.

a. Completen la siguiente tabla en la que figuran posibles valores para las dimensiones de la mesa. En las columnas vacías, agreguen otras posibilidades para dichas longitudes.

Largo (en m)	2	4		8			
Ancho (en m)			16		10		

b. Para obtener otras posibles longitudes para las dimensiones de la mesa, el socio de Juan propuso algunas fórmulas que pretenden obtener la longitud del ancho (A) de la mesa a partir de la longitud del largo (L).

$$A(L) = \frac{16}{L} \qquad A(L) = 16 \cdot L \qquad A(L) = \frac{L}{16}$$

Si solamente una de ellas es la correcta, ¿cuál será? Justifiquen su respuesta.

2. El área de un rectángulo es de 72 cm².

a. ¿Qué valores podrían tomar las longitudes de la base y de la altura del rectángulo?

b. Propongan la fórmula de una función que permita calcular la longitud de la altura del rectángulo a partir de la longitud de la base de la figura.

c. ¿Cómo podría cambiar la fórmula que propusieron en **b.** si el área del rectángulo es de 90 cm²?

3. Una manguera vierte de manera constante 10 litros de agua por minuto y tarda dos horas y media en llenar una pileta que se encuentra vacía.

a. ¿Cuál es la capacidad de agua que tiene la pileta?

b. Suponiendo que la manguera arroja 15 litros de agua por minuto de manera constante, ¿cuánto tiempo tardaría en llenarse por completo la misma pileta?

c. Completen la siguiente tabla que relaciona el tiempo que tarda en llenarse una pileta, con la misma capacidad que las de los incisos anteriores y que se encuentra vacía, en función de la cantidad de agua que vierte una manguera por minuto y de manera constante.

Tiempo (en minutos)	Cantidad de agua que vierte la manguera (en litros)
	20
	40
	60
	120

d. Propongan una fórmula que permita calcular el tiempo (en minutos) que tarda en llenarse una pileta vacía, con la misma capacidad que las de los incisos anteriores, a partir de la cantidad de agua que vierte una manguera por minuto y de manera constante.

4. Expliquen por qué es correcta la siguiente afirmación:

"En las actividades anteriores de esta sección, las variables que se relacionan en cada uno de los problemas se vinculan a partir de una relación de proporcionalidad inversa".

Actividades de desarrollo

1. Elena quiere representar gráficamente la función $f(x) = \frac{15}{x}$. Para eso, decidió construir una tabla de valores.

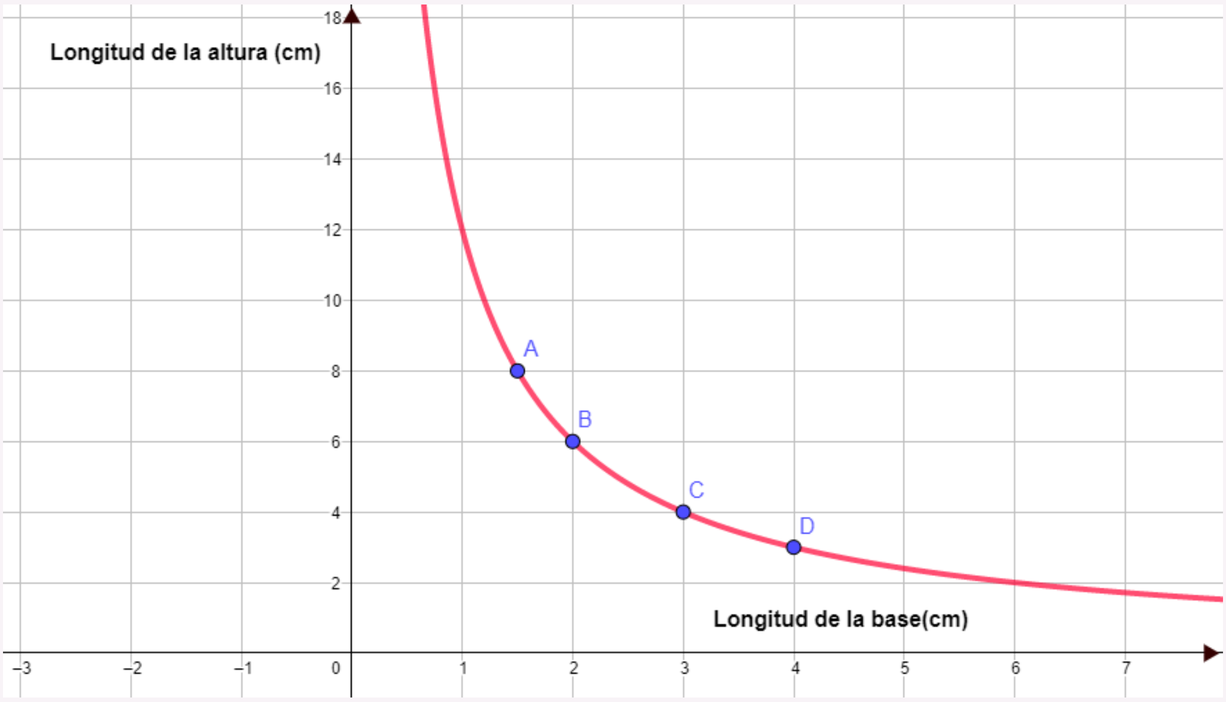
a. Completen la tabla de valores que comenzó Elena y dejó sin terminar.

x	1	2	3	4	5	10	12	15
$f(x)$	15	$\frac{15}{2}$	5					

b. Representen gráficamente la función f a partir de la información de la tabla que completaron en el punto anterior.

c. Para esta función en particular, ¿es posible asignarle a la variable independiente valores negativos? ¿Por qué?

2. El siguiente gráfico representa las posibles longitudes de la base y de la altura de distintos rectángulos que tienen igual área.



a. ¿Cuál es el área de estos rectángulos?

b. Completen, si es posible, la siguiente tabla a partir de la información que les proporciona el gráfico anterior.

Longitud de la altura (en cm)	8	6	4				
Longitud de la base (en cm)				4	5	6	7

c. ¿Es cierto que existe una relación de proporcionalidad inversa entre los valores de las variables de esta función?

d. ¿Cuál es la fórmula de la función que está asociada a ese gráfico?

e. ¿Por qué es correcto afirmar que el dominio de esta función no son todos los números reales?

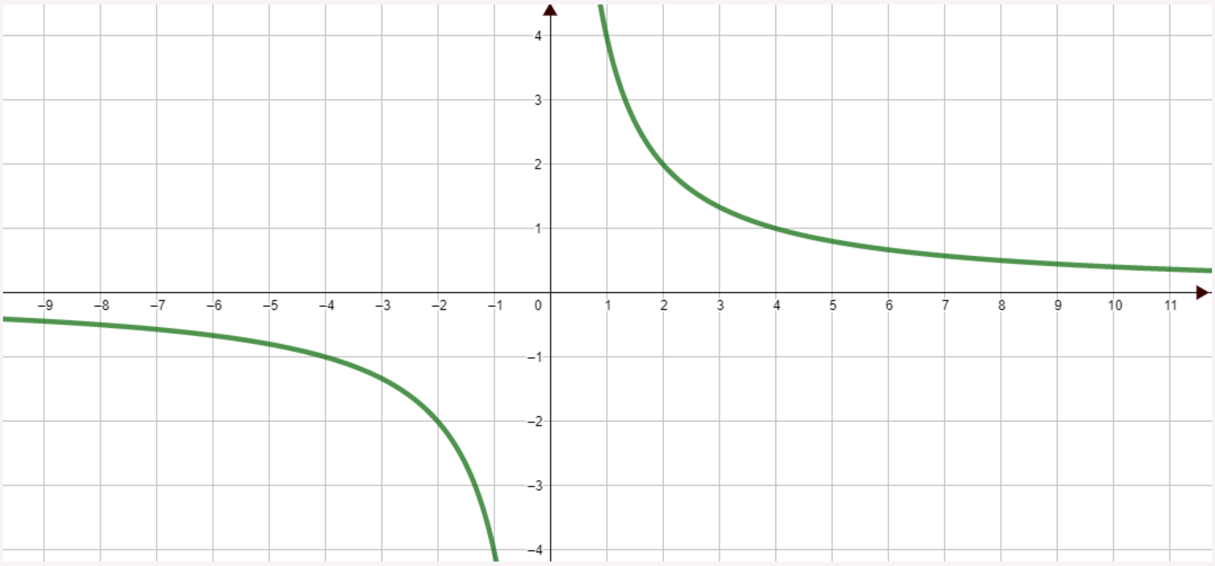
3. Consideren la función $h(x) = \frac{12}{x}$.

a. Representarla gráficamente.

b. ¿Cuáles son las diferencias que existen entre el gráfico asociado a la función *h* y el gráfico de la actividad 2?

Actividades de cierre

1. Martín elaboró el gráfico de la función $m(x) = \frac{4}{x}$.

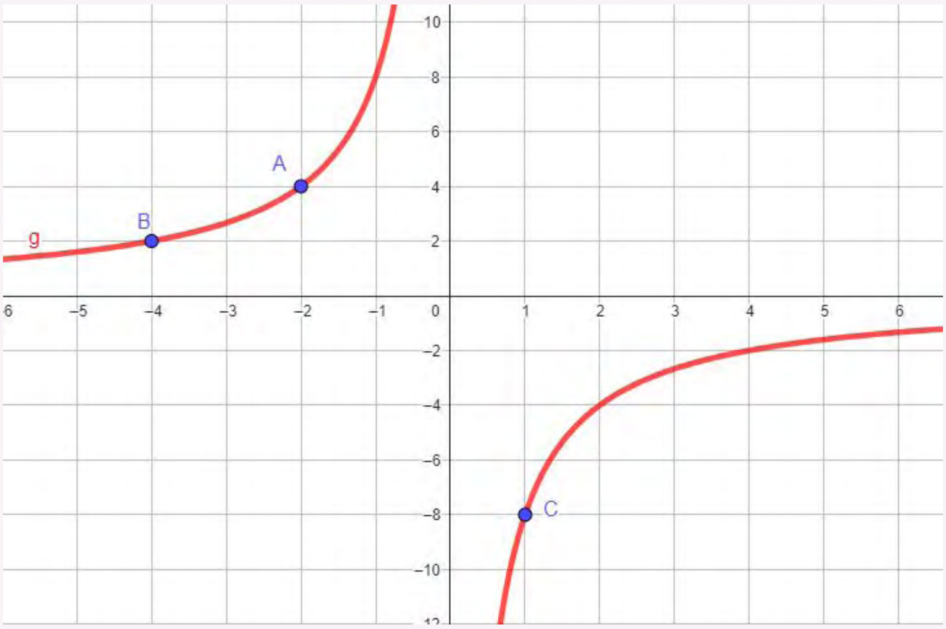


A partir de la información que pueden obtener de la fórmula y de su representación gráfica, indiquen si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifiquen en todos los casos su respuesta.

a. El dominio de esta función es el conjunto de los números reales.
b. El gráfico de la función corresponde a una función decreciente.
c. Existe una relación de proporcionalidad inversa entre los valores de las variables de esta función.
d. El punto de coordenadas (50; 0) pertenece al gráfico de la función.
e. El punto de coordenadas (0; 4.000) pertenece al gráfico de la función.

2. Tomando como referencia el gráfico de la función de la consigna anterior, representen gráficamente las siguientes funciones:
   a. $p(x) = \frac{4}{x} + 2$
   b. $q(x) = \frac{4}{x} - 4$

3. La fórmula de la función g, cuya representación gráfica figura debajo, es $g(x) = \frac{k}{x}$.



a. A partir de la información que proporciona el gráfico, ¿cuál es el valor que podría tomar la constante k de la fórmula?

b. Luego de que hayan calculado el valor de k, representen gráficamente la función $m(x) = \frac{k}{x} + 3$

Sección 7. Razones trigonométricas y teoremas del seno y del coseno

Introducción

Se espera que, a lo largo del encuentro, los y las estudiantes pongan en juego las siguientes capacidades.

Comunicación social	Pensamiento crítico, iniciativa y creatividad	Análisis y comprensión de la información	Resolución de problemas
Interacción social y trabajo colaborativo	Ciudadanía responsable	Valoración del arte	Aprendizaje autónomo y desarrollo personal

Contenidos

Razones trigonométricas

- Razones trigonométricas, valores y relaciones.
- Modelización y resolución de problemas mediante triángulos rectángulos.

Generalización de razones y relaciones trigonométricas

- Teoremas del seno y del coseno.
- Modelización de problemas mediante triángulos.

En esta sección se avanza en el estudio de las relaciones entre los ángulos y los lados de los triángulos: las razones trigonométricas y los teoremas del seno y del coseno. Su conocimiento se utiliza frecuentemente para resolver problemas de medidas.

Las actividades de apertura presentan problemas en contexto extramatemático que invitan a utilizar los conceptos mencionados. Posteriormente, las propuestas se dan en escenarios intramatemáticos.

Además, en las primeras actividades de apertura, resulta necesario dibujar el esquema de la situación, es decir, la figura que permitirá la visualización de los datos para la resolución de los problemas.

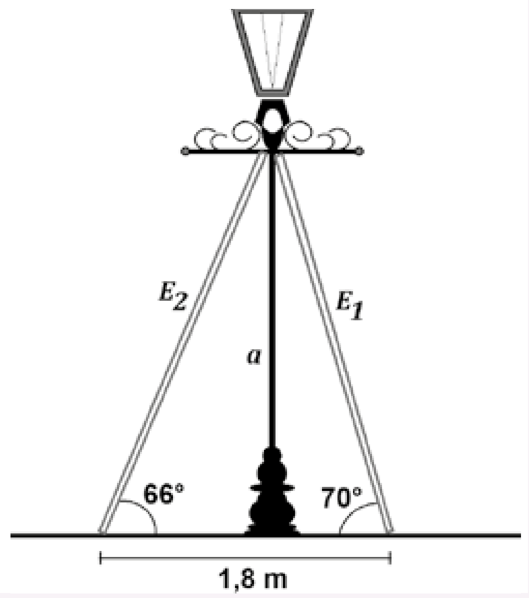
Actividades para estudiantes

Actividades de apertura

1. Un árbol de 20 metros proyecta una sombra de 30 metros de largo. Determinen cuál es el ángulo de elevación en ese momento.
2. ¿Cuál es la altura de un edificio sabiendo que desde un punto del piso se observa su punto más alto bajo un ángulo de 35°, y que si nos acercamos 15 metros, se observa bajo un ángulo de 70°?
3. Para arreglar un farol de la plaza, se colocaron dos escaleras E_1 y E_2, como se muestra en la figura de la derecha. La distancia entre los pies de las escaleras es de 1,8 m y los ángulos formados con el piso son los indicados.

   Respondan las siguientes consignas.

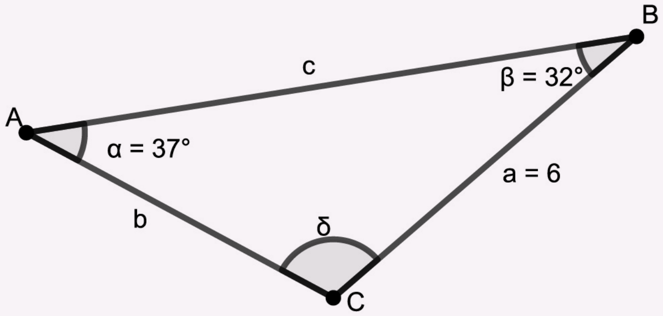
   a. ¿Las escaleras pueden tener la misma longitud? Expliquen por qué.
   b. Calculen la altura del farol.
   c. Calculen la medida de cada escalera.



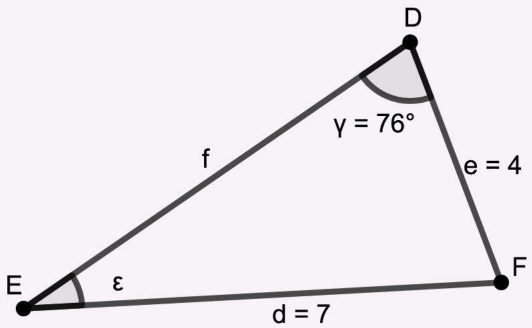
Actividades de desarrollo

1. Resuelvan las siguientes consignas.

a. Con los datos de la figura, calculen la medida de los lados *b* y *c*.

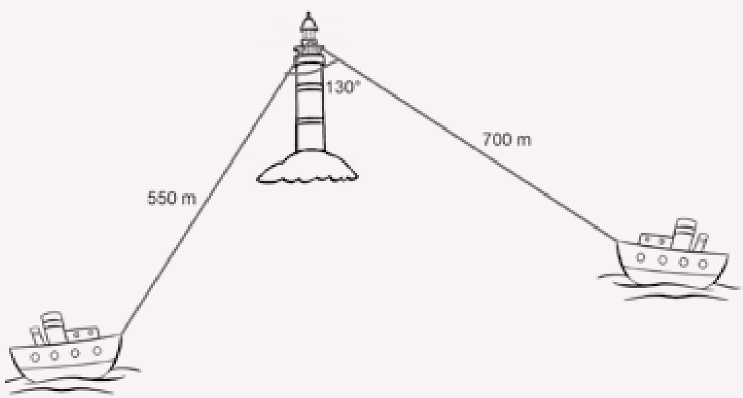


b. Con los datos de la figura, calculen la amplitud del ángulo ε y la medida del lado *f*.



2. Selena es la guardia costera y vigila los barcos pesqueros desde el faro de un puerto. En un momento observa que se aproximan dos barcos y registra las distancias desde el faro a cada uno de ellos y el ángulo que forman.

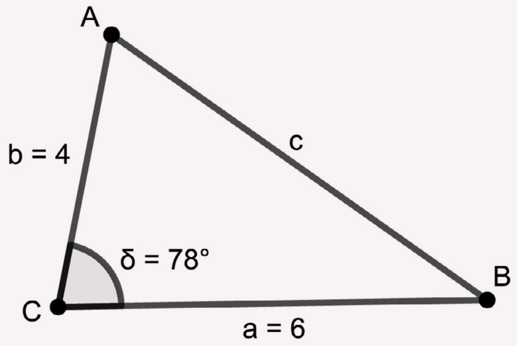
¿Cuál es la distancia entre los dos barcos?



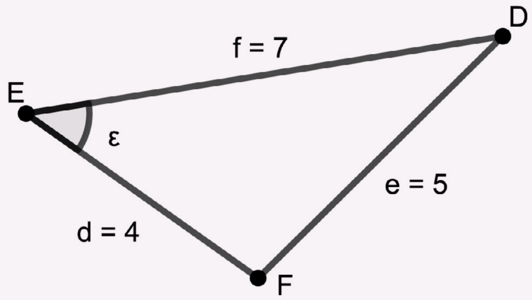
Actividades de cierre

1. Resuelvan en cada caso.

a. Con los datos de la figura, calculen la medida del lado *c*.



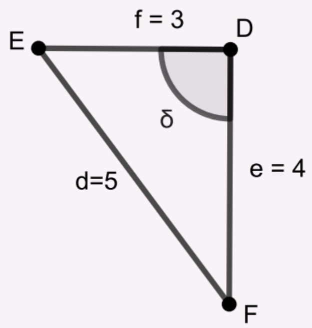
b. Con los datos de la figura, calculen la amplitud del ángulo ε.



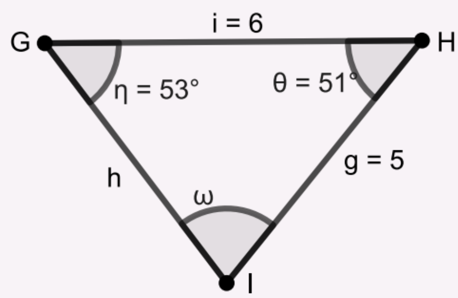
Actividades para seguir aprendiendo

Para cada uno de los siguientes triángulos, calculen las medidas de los lados y ángulos indicados.

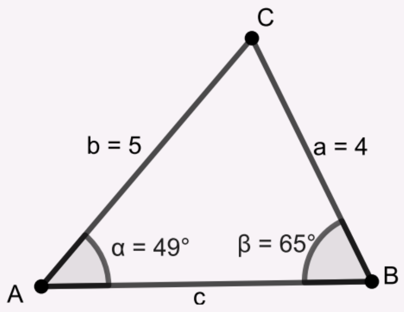
a.



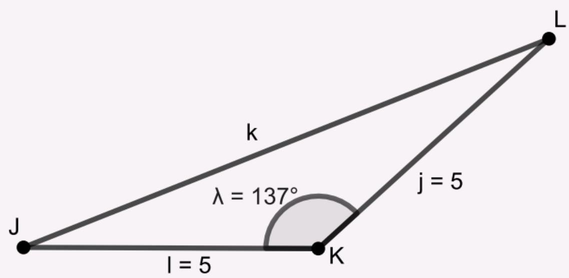
b.



c.



d.



Sección 8. Funciones trigonométricas

Introducción

Se espera que, a lo largo del encuentro, los y las estudiantes pongan en juego las siguientes capacidades.

Comunicación social	Pensamiento crítico, iniciativa y creatividad	Análisis y comprensión de la información	Resolución de problemas
Interacción social y trabajo colaborativo	Ciudadanía responsable	Valoración del arte	Aprendizaje autónomo y desarrollo personal

Contenidos

Funciones trigonométricas

- Interpretación y producción de gráficos de funciones trigonométricas.
- Funciones trigonométricas dadas en diferentes representaciones, incluyendo recursos informáticos.
- Estudio del comportamiento del modelo funcional trigonométrico: ceros, crecimiento, decrecimiento, máximos y mínimos, dominio e imagen, periodicidad, intervalos de positividad y negatividad, asíntotas.
- Variaciones de los gráficos en función de las variaciones de sus fórmulas y viceversa.

En esta sección se abordará el modelo funcional trigonométrico, siempre en contexto intramatemático. El propósito fundamental es estudiar las modificaciones que se producen en este modelo cuando varían los diferentes parámetros de las fórmulas para seno, coseno y tangente: $y = A\ sen\ (Bx) + C$, $y = A\ cos\ (Bx) + C$, $y = A\ tg\ (Bx) + C$. Se observará la relación entre los registros gráfico, fórmula y descripción verbal. El paso de un registro a otro puede ampliar y reorganizar la información que está implícita en cada uno.

En general, en las diferentes actividades se recurre al uso de GeoGebra para facilitar el análisis de las diferentes funciones.

En las actividades de apertura se pretende discutir el concepto de amplitud y período desde el análisis en las funciones coseno, seno y tangente. Además se revisan los conceptos de dominio e imagen, ceros, intervalos de crecimiento y decrecimiento de una función, máximos y mínimos, conjuntos de positividad y negatividad y asíntota.

En las actividades de desarrollo se avanza en el concepto de desplazamiento vertical de una función trigonométrica y en la identificación de la gráfica con su ecuación matemática. Además, a partir de la presentación de algunas propiedades, se solicita la construcción aproximada de la gráfica. Estas últimas situaciones invitan a construir el boceto de la gráfica.

En las actividades de cierre se continúa con el recorrido por las diferentes propiedades, haciendo hincapié en los parámetros que deben modificarse para que se produzca compresión o dilatación vertical u horizontal y desplazamientos verticales.

Actividades para estudiantes

Actividades de apertura

1. Tracen la gráfica de las siguientes funciones con GeoGebra y completen la tabla presentada a continuación para el intervalo $[0; 4\pi)$:

$$y = \cos x$$

$$y = -4 \cos x$$

$$y = \frac{1}{4} \cos x$$

Función	Dominio	Imagen	Amplitud	Período	Ceros	Intervalos de crecimiento	Intervalos de decrecimiento
$y = \cos x$							
$y = -4 \cos x$							
$y = \frac{1}{4} \cos x$							

Observen los diferentes valores de la tabla, ¿qué cambia? ¿Cómo se manifiesta este cambio en la gráfica?

2. Tracen la gráfica de las siguientes funciones con GeoGebra y completen la tabla presentada a continuación para el intervalo $(-4\pi; 4\pi)$:

$$y = \operatorname{sen} x$$

$$y = \operatorname{sen} 4x$$

$$y = \operatorname{sen} \frac{1}{4}x$$

Función	Dominio	Imagen	Amplitud	Período	Ceros	Máximos	Mínimos
$y = sen\ x$							
$y = sen\ 4x$							
$y = sen\ \frac{1}{4}x$							

Observen los diferentes valores de la tabla, ¿qué cambia? ¿Cómo se manifiesta este cambio en la gráfica?

3. Tracen la gráfica de las siguientes funciones con GeoGebra y completen la tabla presentada a continuación para el intervalo $(-2\pi; 6\pi)$:

$$y = -2\ tg\ x$$

$$y = \frac{1}{3}\ tg\ x$$

$$y = 2\ tg\ x$$

$$y = tg\ 2x$$

Función	Dominio	Imagen	Conjunto de positividad	Conjunto de negatividad	Período	Ceros	Asíntotas
$y = -2\ tg\ x$							
$y = \frac{1}{3}\ tg\ x$							
$y = 2\ tg\ x$							
$y = tg\ 2x$							

Actividades de desarrollo

1. Tracen la gráfica de las siguientes funciones, de la forma $y = A\ sen\ (Bx) + c$ en el intervalo $[0; 4\pi)$, utilizando GeoGebra.

$$y = -4\ sen\ 2x$$

$$y = \frac{1}{2}\ sen\ \frac{1}{4}\ x$$

$$y = 2\ sen\ x + 2$$

Analicen cómo inciden los parámetros *A*, *B* y *C* en la forma del gráfico.

2. Tracen, con GeoGebra, la gráfica de las siguientes funciones:

$$y = tg\ x + 1$$

$$y = tg\ x - 1$$

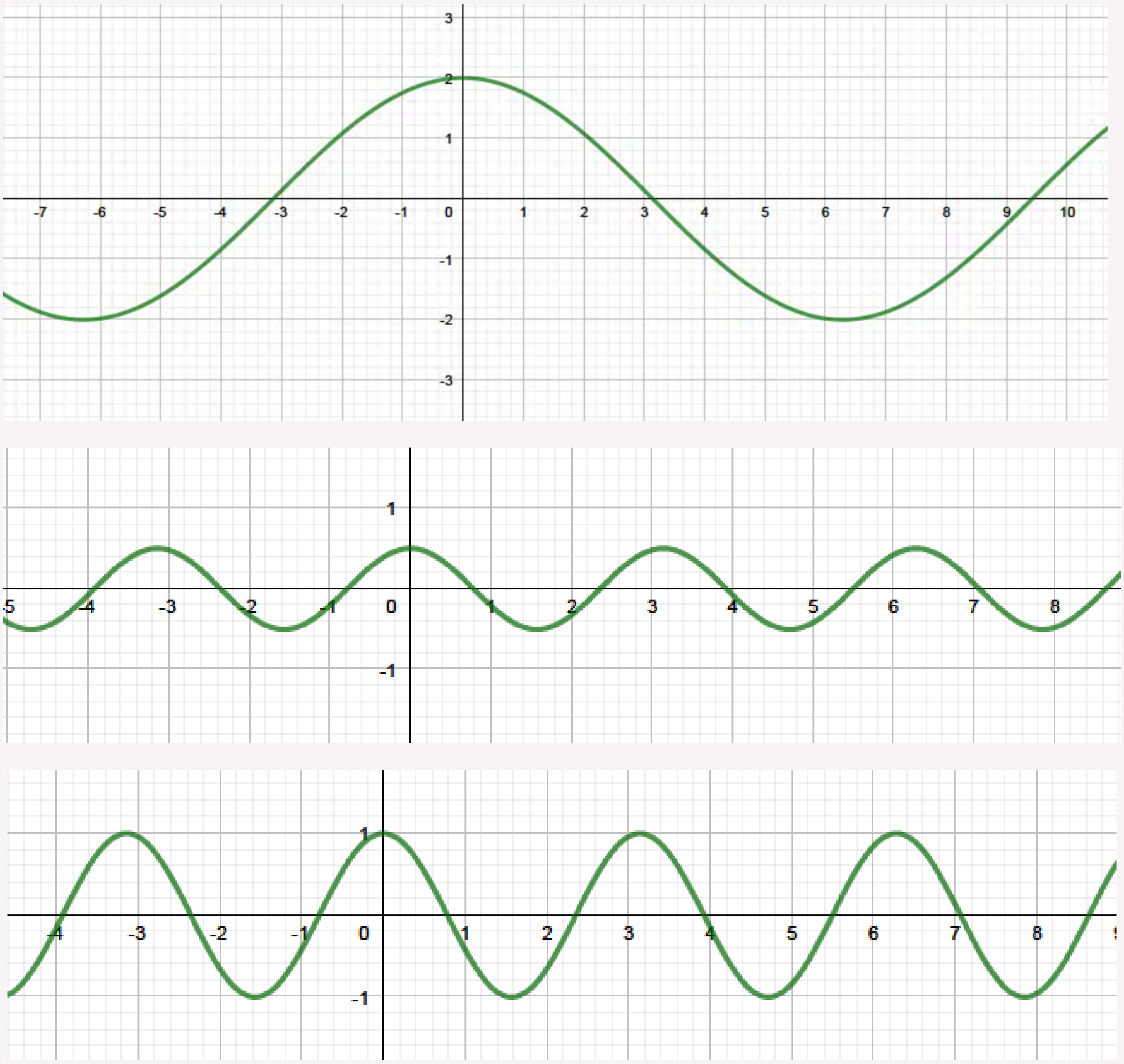
¿En qué se parecen y en qué se diferencian las funciones graficadas? Justifiquen su respuesta.

3. Indiquen cuál es el gráfico que se corresponde con la siguiente fórmula: $y = \frac{1}{2}\cos(2x)$. Luego, determinen:

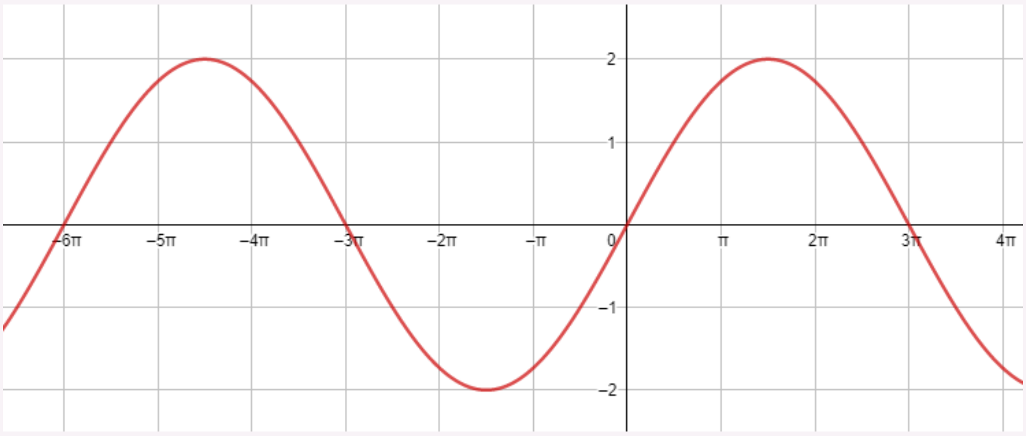
a. Dominio e imagen.

b. Ceros.

c. Intervalos de positividad y negatividad.



4. Determinen la fórmula de la función representada en el gráfico sabiendo que es de la forma $y = A\ sen\ (Bx)$.



5. A partir de los siguientes datos, determinen en cada caso la fórmula y la gráfica aproximada de la función del tipo $y = A\ sen\ (Bx)$.

a. Valor máximo igual a 4 y período igual a 3π.

b. Amplitud igual a 3 y período igual a $\frac{\pi}{2}$.

6. A partir de los siguientes datos, determinen en cada caso la fórmula y la gráfica aproximada de la función del tipo $y = A\ cos\ (Bx)$.

a. Valor máximo igual a 4 y período igual a 3π.

b. Amplitud igual a 3 y período igual a $\frac{\pi}{2}$.

Actividades de cierre

1. Tracen la gráfica de las siguientes funciones, utilizando GeoGebra:

$$y = cos\ x + 2$$

$$y = cos\ 2x$$

$$y = 2\ cos\ (\tfrac{1}{2}x) + 1$$

Analicen para cada una de las funciones si el gráfico se obtiene por una compresión o dilatación y si es vertical u horizontal. ¿ Consideran que el gráfico se produce por un desplazamiento vertical u horizontal en alguno de los casos? Justifiquen las respuestas.

2. Escriban para cada función la fórmula que se obtiene con el corrimiento indicado de sus gráficos. Después, hagan la gráfica aproximada de la función y verifiquen con GeoGebra sus respuestas.

$y = tg\ x$; Corrimiento: $\frac{1}{2}$ unidad a la derecha.

$y = tg\ x$; Corrimiento: 2 unidades hacia la izquierda.

3. Analicen la validez de las siguientes afirmaciones, considerando la función $y = 2\ sen\ 3x$.

a. El parámetro 3 determina la amplitud de la función.

b. El período es pequeño y, por lo tanto, las ondas tienen mayor frecuencia.

c. Como 3 es mayor que 1, el gráfico se obtiene por una dilatación horizontal.

d. El gráfico se obtiene por una compresión vertical.

Módulo de recapitulación y cierre

La evaluación se orienta a registrar los avances en los aprendizajes de los/as estudiantes y a revisar y reorientar las prácticas para la toma de decisiones. Es importante hacer un seguimiento de los progresos de cada estudiante en relación con su punto de partida, teniendo en cuenta aquello que efectivamente se haya podido enseñar. En esta instancia, se torna fundamental hacer partícipes de este proceso a los/as estudiantes y generar espacios de reflexión compartidos, ya sea de forma grupal o individual.

La evaluación también brinda información para comunicar a los/as estudiantes y a sus familias acerca de la marcha de los aprendizajes.

Algunos indicadores de avance en los conocimientos que los/as estudiantes adquirieron, fruto del trabajo con las actividades planteadas, pueden ser los siguientes:

- La identificación de procedimientos adecuados y su reutilización y adaptación para la resolución de nuevas situaciones.
- La progresiva identificación de procedimientos erróneos e incompletos.
- La apropiación gradual del concepto de número real.
- La progresiva apropiación de herramientas para la confección, la utilización y la interpretación de los diferentes registros de representación de funciones, así como el análisis de la información que porta cada uno de ellos.
- La formulación de conjeturas que tengan, paulatinamente, un mayor grado de generalidad, avanzando desde el análisis de casos particulares a la elaboración de argumentos que sostengan ciertas generalizaciones.
- La progresiva apropiación del lenguaje matemático para sintetizar y comunicar ideas.
- El avance en el trabajo con la modelización funcional a partir de problemas en contextos extramatemáticos y el dominio progresivo de las funciones y ecuaciones para resolver problemas.

El/La docente puede realizar una actividad de síntesis luego del trabajo con cada una de las secciones para que sean retomadas en el cierre.

A continuación se sugiere una actividad de evaluación para realizar en parejas con el propósito de que los/as estudiantes puedan escribir las ideas trabajadas con este material. En este caso se retoma una posible actividad de síntesis del trabajo con función cuadrática, parábola y ecuaciones de segundo grado. Este ejemplo puede ser adecuado y modificado en función de los contenidos que se hayan abordado en cada sección.

Escriban, en sus carpetas, un listado de las ideas y de los ejemplos de lo que aprendieron con estas actividades. Las siguientes preguntas son para ayudarlas/os a pensar:

- ¿Qué les resultó más fácil? ¿Y más difícil?
- ¿Qué cosas nuevas aprendieron? ¿Qué cosas ya recordaban de años anteriores?
- ¿Qué errores tuvieron al resolver los problemas y cómo se dieron cuenta de que eran errores?

Escriban un listado de las cuestiones que les parezca importante recordar sobre lo que estuvieron trabajando en Matemática. Por ejemplo:

- Las funciones cuadráticas tienen por fórmula $f(x) = ax^2 + bx + c$ y las gráficas que las representan son parábolas.
- El valor del parámetro *a* determina la amplitud de la parábola. Si es positivo, la parábola es cóncava hacia arriba, y si es negativo, hacia abajo.

Se espera que esta actividad sea una oportunidad para evaluar qué ideas se encuentran más afianzadas y sobre cuáles será necesario seguir trabajando. En este sentido, una posible gestión de la clase es que las/los estudiantes resuelvan las actividades en pequeños grupos sin intervención docente y, luego, en una discusión colectiva, socialicen y debatan las diferentes ideas y argumentos. El objetivo es que esta actividad funcione como punto de apoyo para resolver otras como las siguientes:

- A partir de la expresión analítica de una función extraer conclusiones cuantitativas del fenómeno presentado.
- A partir de la expresión analítica formular conjeturas sobre el comportamiento de la función.
- Extraer conclusiones del estudio comparativo de dos fórmulas y sus gráficas correspondientes.
- Un problema de producción de fórmulas.
- Un problema para que tengan que relacionar el gráfico con la fórmula donde haya funciones cuadráticas, cúbicas y exponenciales.
- Una situación que les permita describir las propiedades más importantes de las funciones trigonométricas.

La intención es resolver situaciones que permitan, fundamentalmente, poner en relación los diferentes registros de representación de una función: tabla, gráfica, fórmula y descripción verbal; por ejemplo, cómo obtener la fórmula a partir de la tabla o un enunciado, cómo representar gráficamente una situación dada a través de una fórmula, cómo completar una tabla a partir de un enunciado, cómo obtener la expresión analítica correspondiente a una situación expresada en forma gráfica.

Luego de finalizar con el recorrido del presente trayecto es importante que los y las estudiantes tengan la posibilidad de revisar todo lo que han trabajado e identificar cuál es su posicionamiento en relación con los diferentes objetos abordados. En este sentido, podemos pensar en actividades de cierre como las siguientes.

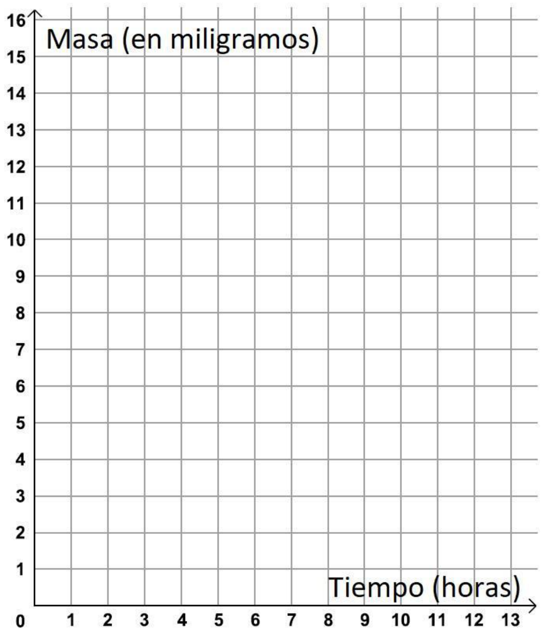
1. Para un cierto día de invierno, un meteorólogo ha determinado que, a partir de las 0:00 h, la temperatura T (en °C) en función del tiempo t (en horas) estuvo dada por la función:

$$T(t) = -\frac{1}{90}\,(t-1)\,(t-7)\,(t-24), \text{ para } 0 \leq t \leq 24$$

   a. ¿Cuál fue la temperatura a las 0:00 h?
   b. ¿Es verdad que la temperatura a las 16:00 h fue la misma que a las 19:00 h? ¿Cómo lo saben?
   c. ¿En qué momentos del día la temperatura fue de 0 °C?
   d. Determinen, a partir de la fórmula, en qué momentos del día la temperatura fue menor a 0 °C y en qué momentos, fue mayor.

2. Un grupo de estudiantes de Biología está analizando el crecimiento de dos colonias de bacterias sometidas a distintos procesos. Las observaciones de cada muestra comenzaron en el mismo momento y pudieron concluir que durante los primeros 10 minutos:
   - La fórmula $M_1(t) = \frac{1}{2}t + 1$ permite calcular la masa de bacterias (en miligramos) de la muestra 1 en función del tiempo (en horas).
   - La fórmula $M_2(t) = 2$ permite calcular la masa de bacterias (en miligramos) de la muestra 2 en función del tiempo (en horas).

   a. En el siguiente sistema de ejes cartesianos, confeccionen un gráfico para cada función $M_1(t)$ y $M_2(t)$.



b. Encuentren todos los instantes en los cuales la masa de ambas muestras fue la misma. ¿Qué masa tenía cada una en esos instantes?

c. ¿Cuánto aumentó la masa de cada muestra durante los primeros 6 minutos de las observaciones? ¿Y durante los siguientes 6 minutos, es decir, desde los 6 minutos hasta los 12 minutos?

3. a. Decidan cuál es la representación gráfica que le corresponde a cada una de las expresiones de las siguientes funciones polinómicas.

$$f(x) = -0{,}5 \cdot (x + 2) \cdot (x - 3) \cdot (x - 5)^2$$

$$g(x) = -0{,}5 \cdot (x + 2) \cdot (x - 3)^2 \cdot (x - 5)$$

$$h(x) = -\frac{5}{12} \cdot (x + 2)^2 \cdot (x - 3)^2 \cdot (x - 5)$$

$$t(x) = 1{,}5 \cdot (x + 2) \cdot (x - 3) \cdot (x - 5)$$

Gráfico 1

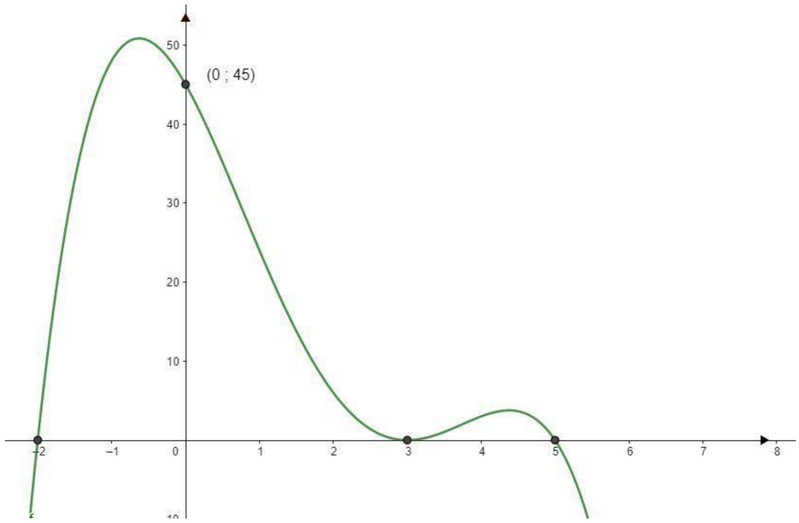


Gráfico 2

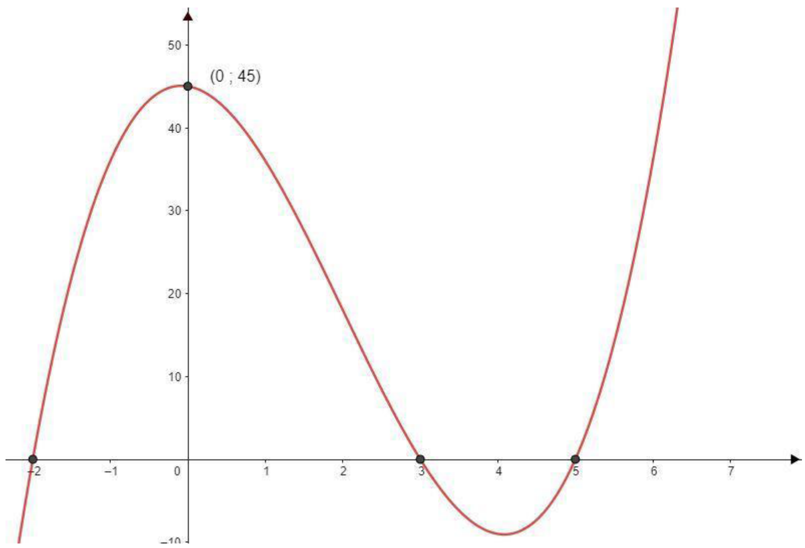


Gráfico 3

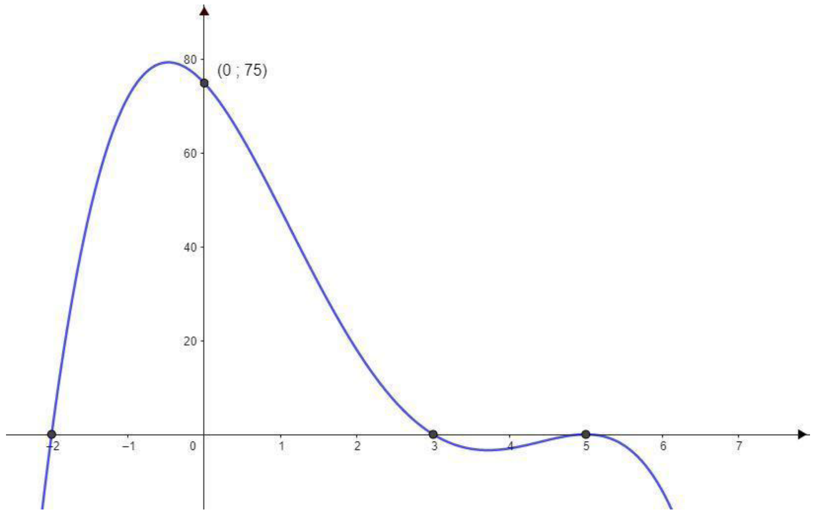
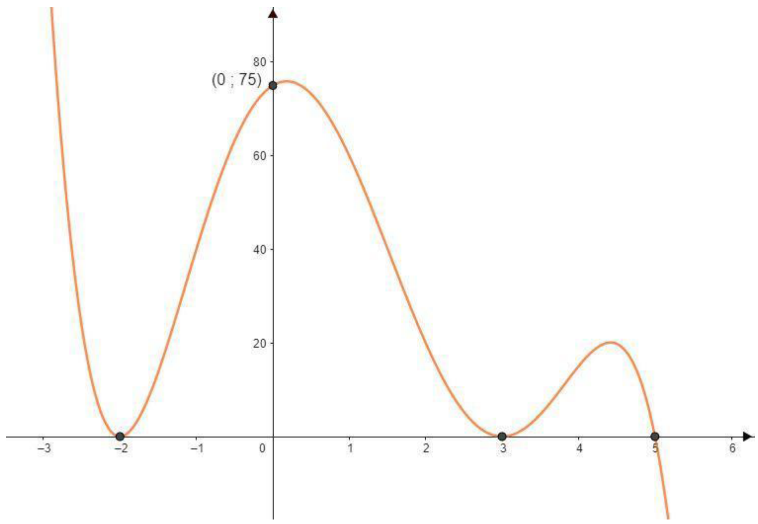


Gráfico 4



b. Expliquen qué estrategias utilizaron para decidir la correspondencia entre las representaciones gráficas y las fórmulas de las funciones

4. Dada la función $f(x)= \frac{12}{x} + 3$, decidan si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Expliquen cada una de sus respuestas.

a. El valor de la ordenada al origen en la función *f* es 3.

b. *f* no tiene raíces.

c. *f* es una función decreciente.

d. El intervalo real (−4; 0) corresponde al conjunto de positividad de la función *f*.

5. Observen la gráfica de la actividad 4, en el módulo de desarrollo de la sección 8, y analicen las siguientes cuestiones:

a. ¿Es periódica? Justifiquen su respuesta.

b. ¿Cuál es el dominio de definición?

c. Indiquen dónde crece y decrece.
d. Indiquen dónde alcanza los valores máximo y mínimo.
e. ¿Es positiva? ¿Es negativa?
f. Determinen sus raíces.
g. ¿Es simétrica respecto del eje x? ¿Y respecto del eje y?

6. Los puntos (0; 3) y (1; 6) pertenecen al gráfico de una función. ¿Es posible determinar solo con esa información de qué tipo de función se trata (lineal, cuadrática, polinómica, exponencial, etcétera)?

Buenos
Aires
Ciudad