1.º

Guía para estudiantes

Matemática en Red

en el Ciclo Básico

Primer año

2024

Nivel Secundario

Buenos Aires Ciudad

Jefe de Gobierno
Jorge Macri

Ministra de Educación
Mercedes Miguel

Jefa de Gabinete
Julia Raquel Domeniconi

Subsecretario de Planeamiento e Innovación Educativa
Oscar Mauricio Ghillione

Subsecretaria de Gestión del Aprendizaje
María Lucía Feced Abal

Subsecretario de Gestión Económico Financiera y Administración de Recursos
Ignacio José Curti

Subsecretario de Tecnología Educativa
Ignacio Manuel Sanguinetti

Directora General de Gestión Privada
María Constanza Ortiz

Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa (SSPIE)

Coordinación general

Javier Simón

Coordinación

Eugenio Visiconde y Mariana Rodríguez.

Equipo de especialistas en didáctica del Nivel Secundario: Bettina Bregman (coordinación), Cecilia Bernardi, Marta Libedinsky y Adriana Vanin.

Especialistas de Matemática: Pierina Lanza (coordinación), Maximiliano Ayaviri, Agostina De Girolamo y Luis Ontiveros.

Este material recupera, modifica y/o amplía algunas actividades de las siguientes publicaciones del Ministerio de Educación GCABA: https://bit.ly/4bmcoTN

Equipo Editorial de Materiales y Contenidos Digitales
Coordinación general: Silvia Saucedo.
Coordinación editorial: Marcos Alfonzo.
Asistencia editorial: Leticia Lobato.
Edición: María Laura Cianciolo. **Colaboración:** Cecilia Forlani.
Diseño gráfico: Marcela Jiménez. **Colaboración:** Patricia Peralta, Silvina Roveda.

ISBN: 978-987-818-099-1

Fecha de consulta de videos, textos y otros recursos digitales disponibles en internet: 1 de febrero de 2024.

Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires

Guía para estudiantes : matemática en red en el ciclo básico : primer año. - 1a edición para el alumno - Ciudad Autónoma de Buenos Aires : Ministerio de Educación del Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, 2024.

80 p. ; 30 x 22 cm.

ISBN 978-987-818-099-1

1. Educación Secundaria. 2. Matemática. I. Título

CDD 510.712

El programa Matemática en Red surge como un espacio de colaboración y reflexión conjunta entre los y las docentes de Nivel Primario y Secundario de la Ciudad de Buenos Aires. Su propósito fundamental es explorar contenidos matemáticos específicos y estrategias pedagógicas, promoviendo la articulación de la enseñanza en los momentos de pasaje de nivel.

La creación de este programa establece como línea prioritaria el desarrollo del pensamiento matemático de las y los estudiantes. Viene a dar respuesta a la necesidad de mejorar los niveles de aprendizaje en esta disciplina.

Esta guía para estudiantes, en continuidad con el material trabajado en primaria, contiene diferentes propuestas pedagógicas y actividades para el ciclo básico del nivel secundario. Aborda conceptos y herramientas que permitirán la comprensión, el análisis y la resolución creativa de diferentes desafíos matemáticos. Al mismo tiempo, se enfoca en las particularidades de diversas situaciones del mundo real y cotidiano.

Matemática en Red es parte de la política educativa prioritaria de Mejora de Aprendizajes que se propone el Ministerio de Educación de la Ciudad de Buenos Aires. Representa un compromiso con la construcción de una comunidad de aprendizaje constante, colaborativa y continua.

Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa

Índice

Números naturales

Propiedades de la multiplicación y cálculo mental

Seguramente, durante la escuela primaria aprendieron que las cuentas pueden resolverse de distintas formas y que, en algunos casos, conviene "desarmar" o reacomodar los números que intervienen en un cálculo para que resulte más cómodo operar. A continuación, vamos a retomar algunos de estos cálculos para relacionarlos con las propiedades de las operaciones.

1. ¿Cómo podrían resolver estas multiplicaciones con una calculadora, sin usar la tecla del 8?

a. 39 × 8 =
b. 124 × 80 =
c. 27 × 18 =
d. 1.800 × 23 =

2. Sin hacer las cuentas, indiquen si cada una de las siguientes igualdades es verdadera o falsa, y expliquen por qué.

a. 8 × 9 = 3 x 3 x 8
b. 9 × 6 = 2 x 9 x 3
c. 5 × 9 = 5 × 10 – 5
d. 3 × 9 = 3 × 5 + 3 × 4
e. 9 × 9 = 9 x 10 – 1
f. 5 × 10 = 5 × 5 × 5
g. 7 x 5 + 3 x 7 = 7 × 8
h. 12 x 10 + 2 x 12 = 12 x 12 x 12

3. A veces, es posible calcular el resultado de una multiplicación a partir del resultado de otra. Por ejemplo, usando que 3 × 20 = 60, podemos asegurar que 3 × 19 = 57, pensando que al 60 de la primera cuenta le tenemos que restar una vez 3.

¿Cómo se pueden calcular mentalmente las siguientes multiplicaciones? Anoten para cada cálculo una forma de resolverlo.

a. 5 × 19 =
b. 7 × 19 =
c. 30 × 101 =
d. 7 × 102 =
e. 28 × 110 =
f. 29 x 31 =

PARA RECORDAR

Como vimos en las actividades anteriores, es posible descomponer y reordenar los factores que intervienen en una multiplicación, para convertir algunas cuentas en otras más fáciles de resolver. Estas formas de transformar las multiplicaciones sin afectar el resultado se relacionan con las propiedades con las que cumple la multiplicación de números naturales.

- **Propiedad conmutativa:** si se cambia el orden de los factores, el producto no cambia.

  Por ejemplo: $4 \times 25 = 25 \times 4$

- **Propiedad asociativa:** si los números que intervienen en una multiplicación se descomponen en factores, o se agrupan de diferentes maneras, el resultado no cambia.

  Por ejemplo: $4 \times 25 = 4 \times 5 \times 5 = 20 \times 5 = 100$

- **Propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma y a la resta:** si se descompone alguno de los factores de una multiplicación en una suma o una resta, es posible multiplicar por separado cada uno de los términos por el otro factor (el cual se distribuye) y, luego, sumar o restar los resultados, según corresponda. De una u otra manera (usando la suma o la resta), el resultado no cambia respecto de la multiplicación inicial.

  Por ejemplo: $14 \times 5 = (10 + 4) \times 5 = 10 \times 5 + 4 \times 5 = 50 + 20 = 70$

4. Para resolver 125×12, Santiago hizo lo siguiente: $125 \times 10 + 125 \times 2$.
En cambio, Lucas hizo: $125 \times 2 \times 2 \times 3$.
¿Son ambos cálculos correctos? ¿Por qué?

5. Presten atención a cómo pensaron el cálculo 510×69 Lucía, Maca y Enzo.
Lucía: $510 \times 69 = 510 \times 70 - 510$
Maca: $510 \times 69 = 510 \times 60 + 510 \times 9$
Enzo: $510 \times 69 = 51 \times 7 \times 100 - 510$

Expliquen los procedimientos de Enzo y sus amigas e indiquen qué propiedad o propiedades utilizaron.

6. Para resolver 342×30, ¿cuál de las siguientes opciones conviene hacer? ¿Por qué?
Opción 1: $342 \times 3 \times 10$
Opción 2: $342 \times (15 + 15)$
Escriban y desarrollen una tercera opción.

7. Si en la calculadora no funciona la tecla del 6, escriban dos posibles cálculos para hacer estas multiplicaciones, usando la menor cantidad de operaciones posible.

a. $315 \times 6 =$
b. $235 \times 66 =$
c. $660 \times 14 =$
d. $666 \times 17 =$
e. $666 \times 6 =$

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación | Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa

8. Antonia marcó en la calculadora 340 × 16, pero, en realidad, quería multiplicar 340 × 8. ¿Qué cálculo podría hacer para resolver esta multiplicación sin borrar lo que se ve en el visor?

9. Para cada uno de los siguientes cálculos, escriban otros cálculos equivalentes:

a. 25 × 15 × 10 =

b. 25 × 5 × 100 =

c. (25 + 15) × 5 =

d. 25 × 3 × 100 =

10. El piso del aula es rectangular y tiene en total 330 cerámicos. Todos los cerámicos son cuadrados y están enteros. En cada fila, hay más de 12 y menos de 18 cerámicos. ¿Cuántos cerámicos hay en cada fila? ¿Cuántos en cada columna? ¿Hay una sola posibilidad? ¿Por qué?

Problemas para estudiar la división

En los siguientes problemas trabajarán con distintas situaciones relacionadas con la división. También analizarán la relación entre dividendo, divisor, cociente y resto.

1. La profesora de Artes Visuales organizó un concurso para diseñar el escudo del aula. Cuando comenzó a repartir el papel afiche que tenía, vio que podía entregar a cada uno/a de sus 25 estudiantes 6 hojas y que le iban a sobrar 8 hojas.

a. ¿Cuántas hojas tenía para repartir?

b. ¿Qué cuenta podría haber hecho previamente para saber cuántos afiches le sobrarían? Propónganla y resuélvanla.

PARA RECORDAR

En una división cada número tiene un nombre. Por ejemplo:

dividendo ← 23 | 5 → **divisor**
resto ← 3 4 → **cociente**

2. Al dividir un número por 24, se obtuvo 15 como cociente y un resto de 4. ¿Qué número se dividió?

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación | Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa

3. Para cada una de las siguientes cuentas:

59	7	…….	…….	49	…….
…….	…….	4	7	…….	4

…….	5	…….	5
2	…….	…….	7

a. Completen, de ser posible, los lugares vacíos en el dividendo, el divisor, el cociente o el resto.

b. Indiquen cuántas cuentas se pueden escribir en cada caso, con los mismos datos. Expliquen sus respuestas.

4. a. Lucía dice que ingresó en la calculadora un número mayor que 50 y le restó 8 sucesivamente hasta llegar justo a 0. ¿Es posible que haya ingresado el número 108? ¿Y el 208? ¿Por qué?

b. Escriban 4 números que pudo haber ingresado Lucía en su calculadora.

c. ¿Qué número ingresó si es mayor que 500 y menor que 530? ¿Existe una única posibilidad?

5. A partir del siguiente cálculo: 13 × 7 + 9 = 100, indiquen cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas y justifiquen sus respuestas.

a. Al dividir 100 por 13, el cociente es 7 y el resto es 9.

b. Al dividir 100 por 7, el cociente es 13 y el resto es 9.

c. Al dividir 100 por 9, el cociente es 13 y el resto es 7.

d. Al dividir 100 por 9, el cociente es 7 y el resto es 13.

PARA RECORDAR

En la división de números naturales, siempre se verifica que:

dividendo = divisor × cociente + resto

El resto siempre es menor que el divisor y puede ser cero.

Por ejemplo, en la división 93 : 7 el cociente es 13 y el resto es 2 y se cumple que:

93	**=**	**7**	**×**	**13**	**+**	**2**
↓		↓		↓		↓
dividendo		**divisor**		**cociente**		**resto**

6. A partir de la cuenta:

$$\begin{array}{r|l} \mathbf{155} & \mathbf{13} \\ \cline{2-2} \mathbf{12} & \mathbf{11} \end{array}$$

En cada caso, inventen un problema en el que la respuesta esté dada en:

a. el cociente. **b.** el divisor. **c.** el resto. **d.** el dividendo.

7. A partir del siguiente cálculo, indiquen el cociente y el resto en cada una de las divisiones:

$$23 \times 12 + 15 = 291$$

División	Cociente	Resto
291 : 23		
290 : 23		
292 : 23		
299 : 23		
291 : 12		

8. En cada caso, sin hacer la cuenta de dividir y sabiendo que 127 × 54 = 6.858, calculen:

a. 6.858 : 54 =
b. 6.858 : 127 =
c. 6.912 : 54 =
d. 6.858 : 27 =

9. Sin hacer las cuentas, indiquen cuáles de las siguientes multiplicaciones tendrán resto 0 al dividirlas por 6. Expliquen por qué.

a. 45 × 6
b. 21 × 12
c. 21 × 22
d. 16 × 22
e. 25 × 14
f. 72 × 78

10. Sin hacer las cuentas, averigüen cuál será el resto al dividir por 8 el resultado de los siguientes cálculos.

a. 36 × 8 =
b. 36 × 8 + 1 =
c. 36 × 8 + 8 =
d. 36 × 8 + 9 =
e. 36 × 8 + 16 =
f. 38 × 8 + 18 =
g. 36 × 8 + 24 =
h. 36 × 8 + 36 =

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación | Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa

Propiedades de la división

A continuación, trabajarán con situaciones relacionadas con la división y sus propiedades. Además, utilizarán la calculadora para comprobar algunos de los resultados obtenidos.

1. Enzo tiene una fábrica de muebles y tiene que entregar 424 sillas a una cadena de restaurantes. Si debe llevar sillas a 8 restaurantes y en cada uno tiene que entregar la misma cantidad de sillas, ¿cuántas sillas dejará en cada restaurante?

Violeta lo resolvió así:

424 : 8 =
400 : 8 + 24 : 8 =
50 + 3 = 53

Tiara lo resolvió así:

424 : 4 + 424 : 4 =

106 + 106 = 212

Analicen los cálculos que realizaron Violeta y Tiara. Decidan si son correctos y expliquen por qué.

2. Indiquen cuál o cuáles de los cálculos que se presentan a continuación tienen el mismo resultado que 374 : 34. Expliquen sus respuestas.

a. 374 : 30 : 4
b. 374 : 17 : 2
c. 340 : 34 + 34 : 34
d. 170 : 34 + 170 : 34 + 34

3. José marcó en la calculadora 84.000 : 10 cuando en realidad quería marcar 84.000 : 40. ¿Qué cálculo podría hacer para resolver la cuenta sin borrar lo que muestra el visor de la calculadora? Anoten el cálculo y luego comprueben con la calculadora.

4. En cada uno de los siguientes cálculos hay una multiplicación y una división. Indiquen cómo obtener cada resultado con una sola operación y luego verifiquen sus respuestas con la calculadora.

a. 24 × 2 : 4
b. 24 : 8 × 4
c. 24 × 8 : 4
d. 24 : 4 × 8

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación | Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa

5. Sin hacer las cuentas, decidan si es verdadera o falsa cada igualdad. Justifiquen sus respuestas.
   a. 320 : 8 = 320 : 2 : 4
   b. 320 : 8 = 320 : 5 : 3
   c. 320 : 8 = 160 : 8 + 160 : 8
   d. 320 : 8 = 320 : 6 + 320 : 2

Múltiplos y divisores de un número

A continuación van a trabajar con algunos problemas con múltiplos y divisores de un número. Podrán estudiar diferentes aspectos asociados a la divisibilidad, entre otros: a partir de la escritura de un cálculo definir si el resultado será múltiplo o divisor de otros números o cómo determinar si un número es divisor de otro.

1. Doña Julia es una abuela muy organizada. Tiene cuatro amigas de su infancia con las cuales mantiene un cierto ritual de visitas: Ana María la visita todos los días, Mercedes la visita día por medio, Nancy la visita cada tres días y Betiana, cada cuatro días. Si el lunes se encontraron todas las amigas:
   a. ¿Qué amigas visitarán a Julia el miércoles de la semana siguiente?
   b. ¿Cuántos días deberán pasar, a partir del lunes, para que todas se vuelvan a encontrar?

2. Juan quiere armar cajas con bombones. Tiene 56 bombones.
   a. Si quiere armar cajas con 8 bombones cada una, ¿cuántas cajas podrá armar?
   b. Si quiere armar 14 cajas con la misma cantidad de bombones, ¿cuántos bombones pondrá en cada caja?
   c. ¿Y si quiere poner 15 bombones en cada caja? ¿Sobrarán bombones? ¿Por qué?
   d. ¿Cuántas cajas puede armar con la misma cantidad de bombones en cada una?

3. Un grupo de chicos y chicas se prepara para jugar a las cartas. Reparten las 36 cartas del mazo y no sobra ninguna. Antes de empezar se incorpora un amigo más. Deciden mezclar y volver a repartir nuevamente las cartas; al hacerlo sobra una. ¿Con cuántos integrantes contaba el grupo inicialmente? ¿Hay una única respuesta posible?

4. Escriban cuánto hay que sumarle a cada uno de estos números para llegar al múltiplo de 6 más cercano.
   a. 173
   b. 293
   c. 512
   d. 548

PARA RECORDAR

Un número natural es **divisible** por otro si al dividir el primero por el segundo se obtiene un número natural como cociente y el resto es cero.

Además, si un número natural es el resultado de una multiplicación de dos (o más) factores que sean números naturales, entonces es **múltiplo** de cada uno de esos factores.

Decimos también que, si un número es múltiplo de otro, el segundo es **divisor** del primero y el primero es divisible por el segundo. Por ejemplo:

- $17 \times 4 = 68$, entonces 68 es múltiplo de 4 y de 17.
  4 y 17 son divisores de 68 y 68 es divisible por 4 y por 17.
- $14 \times 5 = 70$, entonces 70 es múltiplo de 14 y de 5.
  5 y 14 son divisores de 70 y 70 es divisible por 5 y por 14.

5. Respondan las siguientes preguntas y, en cada caso, justifiquen sus respuestas.

a. El número 1, ¿es divisor de todos los números?
b. La cantidad de múltiplos de un número, ¿es infinita?
c. El cero, ¿es múltiplo de todos los números?
d. Cualquier número, ¿es divisor de sí mismo?
e. Cualquier número, ¿es múltiplo de 1?

6. Completen los recuadros con un número natural de manera tal que se cumpla la condición pedida. En cada caso, expliquen si hay más de una respuesta posible y por qué.

a. $17 \times \boxed{}$ para que el resultado sea múltiplo de 5.
b. $12 \times \boxed{}$ para que el resultado sea un número par.
c. $14 \times 11 + \boxed{}$ para que sea un número impar.
d. $2 \times \boxed{} + 20$ para que sea un número impar.

7. Para determinar si 360 es múltiplo de 3, Martina escribió lo siguiente:

$$360 = 300 + 60$$
$$360 = 3 \times 100 + 3 \times 20$$
$$360 = 3 \times (100 + 20)$$
$$360 = 3 \times 120$$

a. ¿Es correcto el razonamiento de Martina? ¿Por qué?
b. ¿Por qué escribe el 60 como 3 × 20 y no como 6 × 10?
c. ¿Pueden aplicar un razonamiento similar para determinar si 153 es múltiplo de 3? ¿Por qué?
d. ¿De qué otras formas podrían determinar que 360 y 153 son múltiplos de 3?

8. a. Busquen un número de tres cifras que tenga al número 2, al 3 y al 5 como divisores. ¿Hay más de uno? ¿Por qué?
b. ¿Cuál es el menor número que tiene como divisores al número 2, al 3 y al 5?

9. Indiquen cuáles de estas afirmaciones son verdaderas. Justifiquen sus respuestas.
a. Si un número es divisor de otro, el segundo es múltiplo del primero.
b. La suma de dos números múltiplos de 7 es un múltiplo de 7.
c. La suma de dos números impares da siempre como resultado un múltiplo de 2.
d. La cantidad de divisores de cualquier número es infinita.
e. Todos los múltiplos de 6 son múltiplos de 12.
f. Si multiplicamos dos múltiplos de 2, el resultado es múltiplo de 4.

Problemas para resolver con varios cálculos

En estos problemas les proponemos trabajar con cálculos que incluyen varias operaciones. También van a estudiar las reglas que hay que tener en cuenta para decidir en qué orden se deben resolver las operaciones y para qué se usan los paréntesis.

1. Rafael es el director del coro de la escuela de música. A fin de año, siempre organiza una presentación para ayudar a los chicos y las chicas del último curso a pagar el viaje de egresados. En esta planilla se ven algunos datos de lo recaudado en la última función. Completen los casilleros en blanco:

Ubicaciones del teatro	Precio por localidad	Localidades vendidas	Recaudación
Filas 1 a 10	$3.000	112	
Filas 11 a 20	$2.000	105	
Fila 20 en adelante		94	
	TOTAL		$640.000

2. Tiara fue a la librería y compró los siguientes útiles: 6 lapiceras ($500 c/u), 4 blocs de hojas para dibujar ($2.500 c/u) y 7 bolsitas de papel glacé ($1.200 c/u). Para pagar utilizó 11 billetes de $2.000. Indiquen cuál o cuáles de los siguientes cálculos permiten averiguar el vuelto que recibió Tiara:

a. 22.000 - 6 x 500 + 4 x 2.500 + 7 x 1.200
b. 22.000 - 6 x 500 - 4 x 2.500 - 7 x 1.200
c. 22.000 - (6 x 500 + 4 x 2.500 + 7 x 1.200)

3. Lisandro va a comprarse un celular que cuesta $252.000 al contado. Se ofrecen distintos planes de pago:

Plan 1	**Plan 2**	**Plan 3**
12 cuotas de $22.000 cada una.	24 cuotas pagando un total de $315.000.	La mitad al contado y la otra mitad en 6 cuotas de $21.500.

a. ¿Cuál es el valor de la cuota en el Plan 2?
b. ¿Cuánto se encarece el celular si se paga con el Plan 1?
c. Determinen cuál o cuáles de estos cálculos permiten averiguar cuánto se encarece el celular con el Plan 3.

- 252.000 : 2 + 6 x 21.500 – 252.000
- 252.000 - 6 x 21.500
- 6 x 21.500 - 252.000 : 2
- 126.000 + 6 x 21.500 - 252.000

PARA RECORDAR

Cuando se resuelve un cálculo que incluye sumas, restas, multiplicaciones y divisiones, hay una convención establecida: primero se resuelven las multiplicaciones y las divisiones, y luego las sumas y las restas, a menos que contenga paréntesis que indiquen otro orden. En ese caso, las operaciones incluidas entre los paréntesis se deben resolver primero, siguiendo el orden mencionado.

Por ejemplo, para resolver el cálculo

$$4 + 5 \times 6 =$$

Se resuelve primero la multiplicación y luego la suma.

$$4 + 30 = 34$$

Y para resolver este cálculo:

(4 + 5) × 6 =

Hay que tener en cuenta que el paréntesis indica que primero hay que resolver la suma.

9 × 6 = 54

Las calculadoras comunes no respetan esta convención, es decir, no separan en términos ya que operan con los números en el orden en que se los ingresa. En cambio, las calculadoras científicas y las de los celulares operan respetando esta convención.

4. Uno solo de estos cálculos da como resultado 900. ¿Cuál es?

a. 99 – 9 × 4 + 6 = **b.** 99 – 9 × (4 + 6) = **c.** (99 – 9) × (4 + 6) =

5. Resuelvan los siguientes cálculos. Comprueben los resultados con la calculadora.

a. (5 + 30) × 7 – 1 =
b. 5 + 30 × (7 – 1) =
c. 5 + 30 × 7 – 1 =
d. (5 + 30) × (7 – 1) =

6. En cada uno de los siguientes cálculos coloquen paréntesis para que el resultado sea el indicado. Al finalizar, comprueben los resultados con la calculadora.

a. 4 + 7 × 3 + 11 – 4 × 4 = 28
b. 4 + 7 × 3 + 11 – 4 × 4 = 53
c. 4 + 7 × 3 + 11 – 4 × 4 = 86
d. 4 + 7 × 3 + 11 – 4 × 4 = 138

Actividades para seguir estudiando

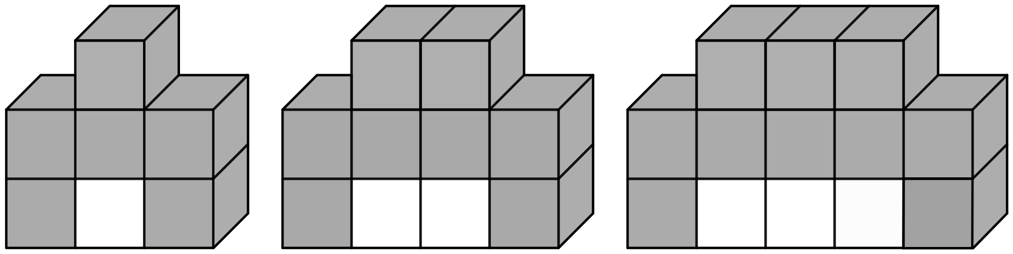
¿Qué diferencias y/o similitudes hay entre las calculadoras y las aplicaciones de calculadoras que traen los celulares?
(https://bit.ly/3Sj6REZ)

¿Cómo resuelven los cálculos las diferentes calculadoras y las aplicaciones de calculadoras de los teléfonos celulares?
(https://bit.ly/3Sj7aj7)

Fórmulas para contar

A continuación les proponemos distintas actividades donde pondrán en juego fórmulas para contar.

1. Camila y Matías están jugando con bloques blancos y grises, y armaron los siguientes diseños:



Diseño 1 **Diseño 2** **Diseño 3**

a. ¿Cuántos bloques blancos y cuántos bloques grises tiene cada diseño?

b. Camila armó un diseño como los anteriores con 6 bloques blancos, ¿cuántos bloques grises usó?

c. Matías armó un diseño como los anteriores con 12 bloques blancos, ¿cuántos bloques grises usó?

d. Si Camila quisiera armar un diseño similar con 100 bloques blancos, ¿cuántos bloques grises necesitaría? Expliquen cómo lo pensaron.

e. Escriban un procedimiento o una forma de contar que, conociendo la cantidad de bloques blancos, les permita encontrar la cantidad de bloques grises necesarios para armar un diseño como los anteriores.

f. Decidan cuál o cuáles de las siguientes expresiones permite averiguar la cantidad de bloques grises para un diseño con b bloques blancos.

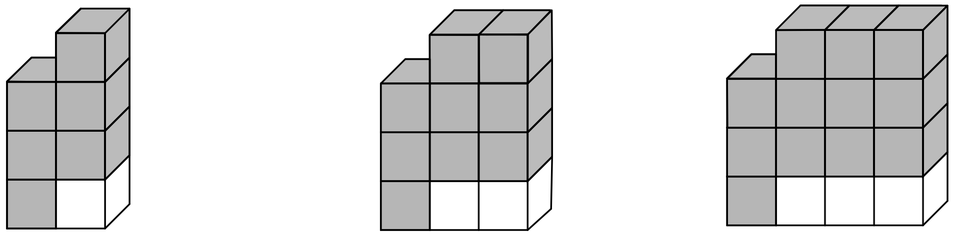
$2 + b + 2$ $\quad$ $2 \cdot b + 4$ $\quad$ $6 + b$ $\quad$ $2 + (b + 2) + b$

PARA RECORDAR

En matemática se utilizan las letras en distintas situaciones: para indicar el nombre de una figura geométrica, para escribir la fórmula del área de un rectángulo, etc.

En la **Actividad 1** se utiliza la letra b para representar la cantidad de bloques blancos de cada diseño. Esta letra puede ser reemplazada por distintos números para averiguar la cantidad de bloques grises correspondiente. Es decir, la letra b representa un número que puede variar y, por eso, se la llama **variable**.

2. Lisandro y Tiara están jugando con bloques blancos y grises y armaron los siguientes diseños:



Diseño 1 **Diseño 2** **Diseño 3**

a. Lisandro armó un diseño como los anteriores con 10 bloques blancos, ¿cuántos bloques grises usó?

b. Tiara armó un diseño como los anteriores con 20 bloques blancos, ¿cuántos bloques grises usó?

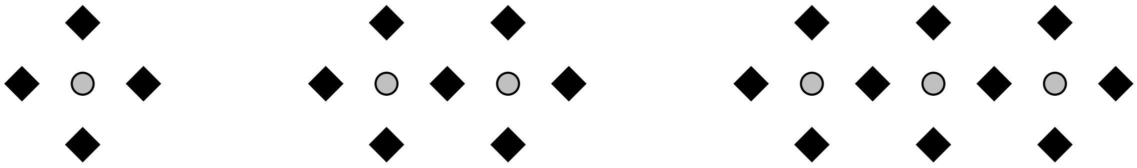
c. Si quisieran armar un diseño con 200 bloques blancos, ¿cuántos bloques grises deberían usar? Expliquen cómo lo pensaron.

d. Escriban un procedimiento o una forma de contar que, conociendo la cantidad de bloques blancos, les permita encontrar la cantidad de bloques grises necesarios para armar un diseño como los anteriores.

e. Escriban una expresión que les permita calcular la cantidad de bloques grises para un diseño con b bloques blancos. Pueden tomar como ejemplo el punto **f**. de la actividad anterior.

f. ¿Es posible construir un diseño como los anteriores utilizando exactamente 342 bloques grises? ¿Y si tuvieran 245 bloques grises? Expliquen, en cada caso, por qué.

3. Natalia y Germán están diseñando vinilos para decorar la pared de la cocina.



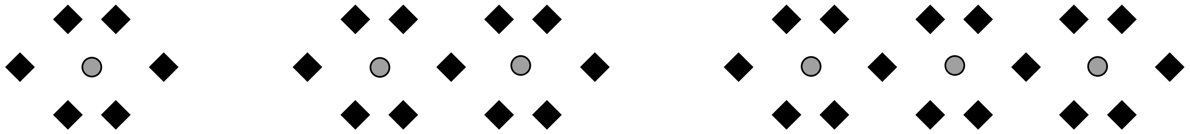
Diseño 1 **Diseño 2** **Diseño 3**

a. Completen la siguiente tabla que relaciona la cantidad n de cuadrados negros que corresponden a la cantidad g de círculos grises de cada diseño.

g	6	10	12	24	30	36
n						

b. Escriban una fórmula que permita calcular la cantidad de cuadrados negros n que tendrá un diseño con g círculos grises.

4. El siguiente esquema muestra otros diseños de vinilos:



Diseño 1 **Diseño 2** **Diseño 3**

Selena dice que la fórmula que permite encontrar la cantidad n de cuadrados negros en función de la cantidad g de círculos grises es: $n = 5 \cdot g + 1$.
En cambio, Julián escribió la siguiente fórmula: $n = 2 \cdot g + (g + 1) + 2 \cdot g$.
Jeremías dice que las dos fórmulas son correctas. ¿Están de acuerdo? Expliquen por qué.

PARA RECORDAR

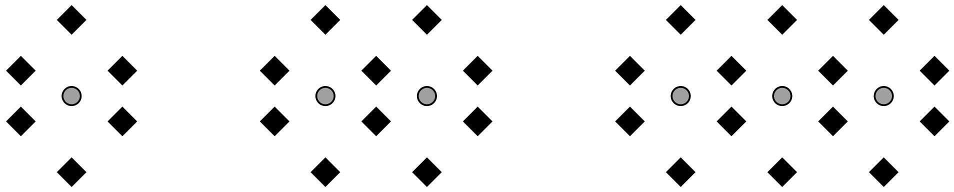
Se dice que dos fórmulas o expresiones son **equivalentes** cuando al reemplazar la **variable** por el mismo valor en ambas, se obtiene el mismo resultado. Esta condición debe cumplirse cualquiera sea el valor que se elija para reemplazar a la variable.

En la **Actividad 1**, las expresiones $\mathbf{2 \cdot b + 4}$ y $\mathbf{2 + (b + 2) + b}$ son equivalentes porque al reemplazar b por un mismo valor en ambas, el resultado es el mismo. Por ejemplo:

- Si $b = 1$ sucede que $\mathbf{2 \cdot 1 + 4 = 2 + 4 = 6}$ y $\mathbf{2 + (1 + 2) + 1 = 2 + 3 + 1 = 6}$.
- Si $b = 3$ sucede que $\mathbf{2 \cdot 3 + 4 = 6 + 4 = 10}$ y $\mathbf{2 + (3 + 2) + 3 = 2 + 5 + 3 = 10}$.

Y esto ocurre para cualquier valor de b.

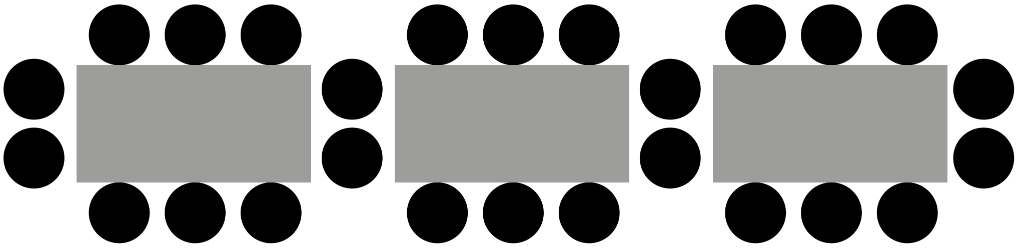
5. El siguiente esquema muestra tres diseños de vinilos:



Diseño 1 **Diseño 2** **Diseño 3**

Escriban dos fórmulas equivalentes que permitan calcular la cantidad de cuadrados negros n que tendrá un diseño con g círculos grises.

6. Se desea armar una guarda como la siguiente.



a. ¿Cuántos círculos tendrá una guarda que está compuesta por 7 rectángulos? ¿Y una de 20 rectángulos?

b. Propongan una fórmula que les permita calcular la cantidad de círculos que tendrá la guarda si se conoce la cantidad de rectángulos que la conforman.

c. ¿Cuántos rectángulos tiene la guarda si en total hay 362 círculos?

d. Julián dice que la cantidad de círculos que tiene una guarda siempre es un múltiplo de 8 aumentado en cuatro unidades. ¿Es correcta su afirmación?

7. Para contar la cantidad de círculos que tiene una guarda con un diseño distinto al de la actividad anterior, Juan utilizó la siguiente fórmula: $c = 6 \cdot r + 5$, donde r representa la cantidad de rectángulos que tiene la guarda y c la cantidad de círculos. Las fórmulas $c = 11 + 6 \cdot r - 6$ y $c = 2 \,.\, (r + 3) - 1 + 4r$, ¿también sirven para calcular la cantidad de círculos de cada una de las guardas? ¿Por qué?

8. Para cada una de las siguientes expresiones, escriban otras dos que sean equivalentes.

a. $8n + 10 - 2n - 6 - n + 1$

b. $n + 3 + 2.(n + 3) + 2.(n + 3)$

9. Indiquen si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifiquen cada una de sus respuestas.

a. El resultado de la expresión $7 \cdot k$ será múltiplo de 7 para cualquier valor natural que tome la variable k.

b. El resultado de la expresión $5 \cdot m$ será múltiplo de 10 para cualquier valor natural que tome la variable m.

c. El resultado de la expresión $(p + 4) \cdot 7$ es múltiplo de 5 solamente si p vale 1 o 6.

Revisamos lo que aprendimos

¿Utilizamos algún procedimiento para contar?
(https://bit.ly/3vYNiuh)

Números enteros

Números enteros a partir de diferentes contextos

En las actividades que siguen podrán comenzar a estudiar el concepto de número entero.

1. La siguiente tabla muestra las temperaturas mínimas de una semana de mediados de junio en Uspallata, Mendoza, según el Servicio Meteorológico Nacional. Para escribir las temperaturas bajo cero, se coloca un signo menos delante del número. Por ejemplo, −5 °C quiere decir 5 grados bajo cero.

	Domingo	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado
Temperatura mínima	1 °C	−5 °C	0 °C	−12 °C	−10 °C	−15 °C	−9 °C

a. ¿Qué día de la semana se registró la menor temperatura?

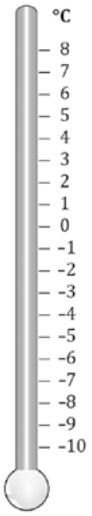
b. ¿En qué días de la semana la temperatura mínima fue mayor que −10 °C?

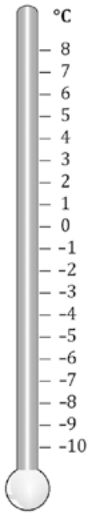
Pistas para resolver esta actividad (https://bit.ly/3OqLznP)

2. Durante la última semana de mayo, se registraron las temperaturas de Lago Viedma, provincia de Santa Cruz.

a. El viernes la amplitud térmica fue de 11 °C. Si la temperatura mínima fue de −6 °C, marquen en el termómetro cuál fue la temperatura máxima en Lago Viedma ese día.

b. El lunes se registró una temperatura máxima de 2 °C y la temperatura mínima fue siete grados menor. Marquen en el termómetro cuál fue la temperatura mínima registrada.





Pistas para resolver esta actividad (https://bit.ly/3OqLznP)

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación | Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa

3. La siguiente es una lista en la que puede verse la estadística llamada Diferencia de gol (**DF**), la cual se obtiene como la resta entre los goles a favor (**GF**) y los goles en contra (**GC**) de un club, en este caso, de fútbol. Por ejemplo, si un equipo tiene 30 goles a favor y 11 en contra, su diferencia de gol se calcula así:

$$30 - 11 = 19$$

Mientras que, si un equipo tiene 9 goles a favor y 10 en contra, su diferencia de gol es:

$$9 - 10 = -1$$

En general, entonces, resulta:

$$GF - GC = DF$$

Sobre la base de la lista dada, respondan:

a. Si Tigre convirtió 21 goles, ¿cuántos goles recibió para tener la diferencia de gol indicada?

b. Si Colón convirtió entre 0 y 10 goles, ¿cuántos goles a favor y cuántos en contra pudo haber tenido? ¿Hay una única opción?

c. Si Central Córdoba convirtió entre 10 y 20 goles, ¿cuántos goles a favor y cuántos en contra pudo haber tenido? Escriban, al menos, tres opciones.

d. ¿Es verdad que Barracas Central y Unión tuvieron los mismos goles a favor y los mismos goles en contra? Expliquen su respuesta.

	Club	**DF**
17	Tigre	–4
18	Central Córdoba	–5
19	Colón	–2
20	Barracas Central	–7
21	Unión	–7
22	Instituto	–12

Orden y representación de los números enteros en la recta numérica

A continuación, trabajarán con problemas que les permitirán comparar, ordenar y representar números enteros.

1. a. Ordenen estos números de menor a mayor:

$-6 \quad 0 \quad -17 \quad 2 \quad -2 \quad 9 \quad -16 \quad -9$

....

b. Para cada uno de estos números, escriban un número entero que sea menor:

$-1 \quad -22 \quad 1 \quad -4 \quad -125$

....

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación | Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa

PARA TENER EN CUENTA

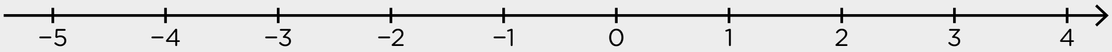
Al conjunto de los **números enteros** se lo representa con la letra Z.

Está formado por:

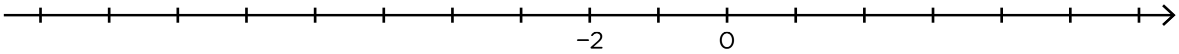
- Los números naturales.
- El cero.
- Los opuestos de los números naturales (son los números naturales con un signo menos adelante y se llaman números negativos).

$$\ldots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots$$

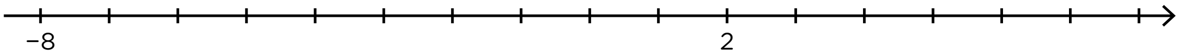
Los números enteros pueden ser representados en la recta numérica:



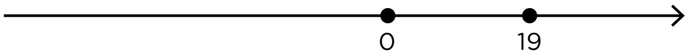
2. a. En la siguiente recta numérica, ubiquen los números −1; 2; 5; −7; −10.



b. Ubiquen en la siguiente recta numérica los números −6; −2; 0; 6; 8.

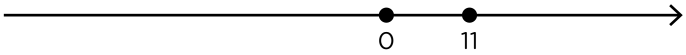


c. Ubiquen el −19 en la siguiente recta numérica.



Pistas para resolver esta actividad (https://bit.ly/3OqLznP)

d. Ubiquen el −22 en la siguiente recta numérica.



PARA TENER EN CUENTA

Si dos números están a la misma distancia del 0, se llaman opuestos. Por ejemplo: el opuesto de 15 es −15 y el opuesto de −7 es 7.

El módulo o valor absoluto de un número *n* es su distancia al cero y se escribe simbólicamente $|n|$. Por ejemplo:

$\|-2\| = 2$	El módulo de −2 es 2, porque la distancia del −2 al 0 es 2.
$\|7\| = 7$	El módulo de 7 es 7, porque la distancia del 7 al 0 es 7.
$\|0\| = 0$	El módulo de 0 es 0, porque la distancia del 0 al 0 es 0.

Opuestos, módulo y distancia

En las siguientes actividades continuarán trabajando con el módulo o valor absoluto de los números enteros y localizando números que estén a la misma distancia de otro. Es muy importante que, antes de leer las pistas, piensen cada actividad e intenten resolverla.

1. Representen en una recta numérica el o los números que verifican la condición pedida en cada caso:

a. Su módulo es 3.
b. Su módulo es 12.
c. Su módulo es 0.

Pistas para resolver esta actividad
(https://bit.ly/3OqLznP)

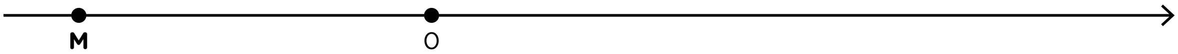
2. Encuentren todos los números enteros que estén:

a. A distancia 15 del 0.
b. A distancia 7 del 5.
c. A distancia 10 del 2.
d. A distancia 9 del −11.

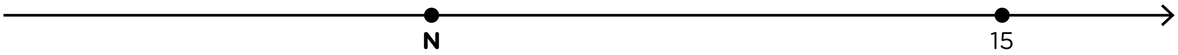
Pistas para resolver esta actividad
(https://bit.ly/3OqLznP)

3. Encuentren el número que representa cada una de las letras.

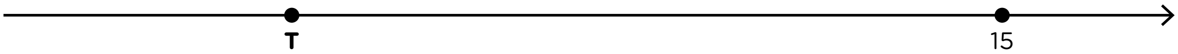
a. ¿Qué número representa **M** si su distancia al 0 es 9 unidades?



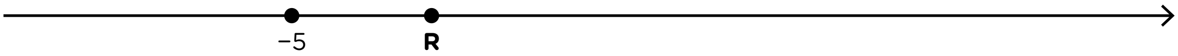
b. ¿Qué número representa **N** si su distancia al 15 es 15 unidades?



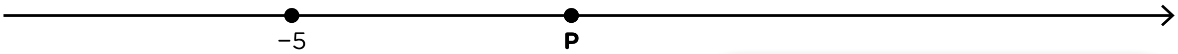
c. ¿Qué número representa **T** si su distancia al 15 es 20 unidades?



d. ¿Qué número representa **R** si su distancia al −5 es 5 unidades?



e. ¿Qué número representa **P** si su distancia al −5 es 8 unidades?



Pistas para resolver esta actividad
(https://bit.ly/3OqLznP)

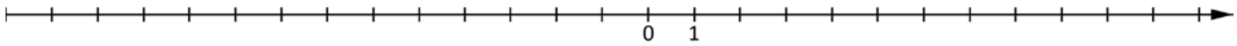
PARA TENER EN CUENTA

- El opuesto de un número positivo es el número negativo que está a la misma distancia del cero.
- El opuesto de un número negativo es el número positivo que está a la misma distancia del cero.
- El opuesto de cero es cero (el cero no es positivo ni negativo).
- El módulo o valor absoluto de un número entero *n* es la distancia de ese número al cero.
- Para encontrar el siguiente de un número entero, se le suma una unidad al número. En la recta numérica, el siguiente de un número entero se encuentra una unidad a la derecha de dicho número.
- Para encontrar el anterior de un número entero, se le resta una unidad al número. En la recta numérica, el anterior de un número entero se encuentra una unidad a la izquierda de dicho número.

4. Dados los siguientes números enteros:

0 −2 4 −10 −12 7 −3 8

a. Ordénenlos de menor a mayor.
b. Ubíquenlos en la siguiente recta numérica.



c. Para cada uno de ellos, escriban el opuesto, el siguiente y el anterior.

5. En cada caso, indiquen si la afirmación es verdadera o falsa y expliquen cómo lo pensaron.
a. El siguiente de −20 es −21.
b. El anterior de −135 es −136.
c. −12 es menor que −8.
d. El módulo de 25 es −25.
e. El opuesto de −132 es 132.
f. −258 es mayor que −300.
g. El 0 es mayor que cualquier número negativo.

Sumas y restas con números enteros

En los siguientes problemas, les proponemos trabajar con operaciones con números enteros. En este caso, resolverán problemas que involucran sumas y restas.

1. La siguiente tabla muestra algunas temperaturas de mediados de junio en Uspallata, Mendoza (según el Servicio Meteorológico Nacional).

	Jueves 18	Viernes 19	Sábado 20	Domingo 21	Lunes 22	Martes 23	Miércoles 24
Temperatura mínima	–10 °C	–15 °C	–11 °C	......	–5 °C	–9 °C	......
Temperatura máxima	–1 °C	......	–3 °C	1 °C	3 °C	–1 °C	–6 °C

La amplitud térmica es la diferencia entre la temperatura máxima y la temperatura mínima de una misma localidad para un período de tiempo determinado. A partir de estos datos, respondan las siguientes consignas:

a. Calculen las amplitudes térmicas correspondientes a los días jueves y lunes.
b. Sabiendo que la amplitud térmica del viernes fue de 11 °C, calculen la temperatura máxima.
c. Sabiendo que la amplitud térmica del miércoles fue de 6 °C, calculen la temperatura mínima.
d. Sabiendo que la amplitud térmica del domingo fue de 11 °C, calculen la temperatura mínima.
e. ¿Cuál de estas cuentas les permite calcular la amplitud térmica del día sábado?

- –11 – (–3)
- –3 – 11
- –3 – (–11)

Pistas para resolver esta actividad (https://bit.ly/3OqLznP)

PARA RECORDAR

- Sumar un número negativo es lo mismo que restar su opuesto.
  Ejemplos: 9 + (–15) = 9 – 15 = –6 10 + (–7) = 10 – 7 = 3
- Restar un número negativo es lo mismo que sumar su opuesto.
  Ejemplos: 6 – (–7) = 6 + 7 = 13 –8 – (–5) = –8 + 5 = –3

2. Para viajar en transporte público en CABA, se utiliza la tarjeta SUBE. Cuando llegan a tener $0 de saldo, pueden utilizar igual la tarjeta y les queda un saldo negativo de hasta cuatro boletos mínimos de colectivo (cada boleto mínimo tiene un valor de $76). A partir de estos datos, respondan cada una de las siguientes preguntas:

a. Alejo tiene un saldo de $28 en su tarjeta SUBE y el pasaje en subte cuesta $80. Si no realiza ninguna recarga, ¿cuánto dinero le queda en la tarjeta SUBE luego de ir al cine y volver a su casa en subte?

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación | Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa

b. Tiara va a la librería en colectivo. Luego de pagar el boleto mínimo, le queda un saldo de $–10. ¿Cuánto dinero tenía en la tarjeta antes de pagar su pasaje?

c. Rafael tiene un saldo de $12 y tiene que hacer tres viajes en subte de $80 cada uno. Si no realiza ninguna recarga, ¿cuál será el saldo de su tarjeta luego del último viaje?

d. Maxi tiene un saldo de $–15 y tiene que hacer un viaje en colectivo pagando el boleto mínimo. Si no realiza ninguna recarga, ¿cuáles de las siguientes cuentas les permite calcular el saldo final de la tarjeta SUBE de Maxi luego del último viaje?

- 76 – 15
- –15 – 76
- –15 – (–76)
- –15 + (–76)

Pistas para resolver esta actividad
(https://bit.ly/3OqLznP)

3. Completen la siguiente tabla donde *n* y *m* son dos números enteros. La primera fila está completa a modo de ejemplo.

n	*m*	*n + m*
–235	135	–100
350	–170	
129		0
	–520	–300
–120	–150	
–250		–750
–715		1000

Pistas para resolver esta actividad
(https://bit.ly/3OqLznP)

4. En cada caso indiquen, sin hacer las cuentas, cuáles de los cálculos tienen el mismo resultado y expliquen por qué.

a.	–200 – (–640)	–200 – 640	–200 + 640
b.	–580 – (–100)	100 – 580	–(–100) – (–580)

5. a. Usando solo números negativos, inventen una resta que dé como resultado –36.

b. Si es posible, inventen una suma que dé como resultado 20 usando solo números negativos. Si no es posible, expliquen por qué.

6. Completen cada cuenta usando un número negativo y otro positivo.

a. .... + ... + (−9) = −12

b. .... + ... + (−4) = −16

c. .... − .... − (−10) = 15

d. .... − .... − (−20) = 5

e. .... − .... − (−40) = 5

Multiplicaciones y divisiones con números enteros

En las siguientes actividades, les proponemos que resuelvan problemas que involucran multiplicaciones con números enteros.

1. Jeremías tiene un saldo de $0 en la tarjeta SUBE, pero sabe que igual puede utilizarla hasta llegar a tener un saldo negativo de cuatro boletos mínimos (recuerden que cada boleto mínimo de colectivo tiene un valor de $76).
Elijan cuál o cuáles de las siguientes cuentas dan como resultado el saldo que tendrá su tarjeta si no hace ninguna recarga y realiza cuatro viajes con boleto mínimo:

a. 4 · (−76)

b. 4 · 76

c. −76 + (−76) + (−76) + (−76)

d. 0 − 76 − 76 − 76 − 76

PARA RECORDAR

Si ***n*** es un número natural, sumar ***n*** veces un número negativo es equivalente a multiplicar ese número por ***n***.

2. Sin hacer las cuentas, decidan cuál o cuáles de estos cálculos dan el mismo resultado.

a. −4 −4 −4 −4 −4 −4

b. (−4) · (−6)

c. (−6) · (−4)

d. 24 · (−1)

e. −24 · 1

f. (−4) · 6

g. 6 · (−4)

h. −4 + (−4) + (−4) + (−4) + (−4) + (−4)

PARA RECORDAR

Al multiplicar un número entero por 0 el resultado siempre es 0:

(−7) · 0 = 0 0 · (−2) = 0 0 · 8 = 0

Al resolver una multiplicación entre números enteros (distintos de 0) hay que tener en cuenta la regla de los signos:

- Si se multiplican dos números con signos iguales, el resultado es positivo.

Por ejemplo:

$(-4) \cdot (-5) = 20$ $\qquad$ $4 \cdot 5 = 20$

- Si se multiplican dos números con signos diferentes, el resultado es negativo. Por ejemplo:

$(-4) \cdot 5 = -20$ $\qquad$ $(-5) \cdot 4 = -20$

- En la multiplicación de números enteros se cumple la propiedad conmutativa: si se cambia el orden de los números que se multiplican, el resultado no cambia. Por ejemplo:

$(-10) \cdot 5 = 5 \cdot (-10) = -50$ $\qquad$ $(-4) \cdot (-7) = (-7) \cdot (-4) = 28$

3. a. Encuentren números enteros p y q que verifiquen que $p \cdot q = 12$. ¿Cuántos pares de números cumplen esta condición?

b. Encuentren números enteros m y n que verifiquen que $m \cdot n = -18$. ¿Cuántos pares de números cumplen esta condición?

4. Sin hacer los cálculos, decidan si el resultado final de cada una de las siguientes multiplicaciones es un número positivo o uno negativo.

a. $4 \cdot 4 \cdot (-3)$

b. $-6 \cdot 2 \cdot 4$

c. $-2 \cdot 2 \cdot (-12)$

d. $-1 \cdot (-5) \cdot (-10)$

e. $5 \cdot (-5) \cdot (-4) \cdot 7$

f. $-2 \cdot (-4) \cdot (-8) \cdot (-5)$

Potenciación de números enteros

En las siguientes actividades, les proponemos que resuelvan problemas que involucran potenciación de números enteros.

1. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones son verdaderas? ¿Cómo lo saben?

a. $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

b. $2^4 = 2 \cdot 4$

c. $2^4 = 2 + 2 + 2 + 2$

d. $2^4 = 2 + 4$

2. ¿Qué operación deben realizar para obtener el resultado de $(-4)^2$? ¿Y para obtener el resultado de $(-4)^3$?

3. a. Completen las siguientes tablas con los resultados que faltan.

Tabla 1

$(-2)^1$	$(-2)^2$	$(-2)^3$	$(-2)^4$	$(-2)^5$	$(-2)^6$
-2					

Tabla 2

$(-1)^1$	$(-1)^2$	$(-1)^3$	$(-1)^4$	$(-1)^5$	$(-1)^6$
-1					

b. ¿Es verdad que cuando la base de una potencia es un número negativo el resultado es siempre negativo? ¿Por qué?

PARA RECORDAR

Cuando la base de una potencia es negativa, se puede anticipar el signo del resultado:

- Si el exponente es par, el resultado de la potencia es siempre positivo.
- Si el exponente es impar, el resultado de la potencia es siempre negativo.

Importante: no olviden que toda potencia con exponente cero da como resultado 1. Por ejemplo:

$(-2)^0 = 1$ $\qquad$ $(-10)^0 = 1$

4. Sin hacer cálculos, completen en cada caso con <, > o =, según corresponda.

a. $(-2)^2$ .... $(-2)^3$

b. $(-1)^2$ .... $(-2)^4$

c. $(-2)^5$ .... $(-2)^3$

d. $(-3)^{15}$ .... $(-3)^{21}$

e. $(-5)^4$ .... 5^4

f. $(-1)^{18}$ .... $(-1)^{46}$

g. $(-1)^{23}$ .... $(-1)^0$

h. $(-2)^{128}$ .... $(-5)^{151}$

PARA REVISAR Y REFLEXIONAR

Escriban, en sus carpetas, un listado de las ideas y de los ejemplos de lo que aprendieron con estas actividades. Las siguientes preguntas son para ayudarlas/os a pensar:

- ¿Qué les resultó más fácil? ¿Y más difícil?
- ¿Qué cosas nuevas aprendieron?
- ¿Qué errores tuvieron al resolver los problemas? ¿Cómo los identificaron?
- Escriban, además, un listado de las cuestiones que les parezcan importantes recordar sobre lo que estuvieron trabajando en Matemática. Por ejemplo: si multiplico dos números negativos, el resultado es positivo.

Revisamos lo que aprendimos

¿En qué situaciones se usan los números enteros?
(https://bit.ly/3UgHu9s)

Geometría y medida

Parte I. Construcción de triángulos

Familiarización con las nociones de circunferencia y círculo

Seguramente, durante la escuela primaria tuvieron la oportunidad de trabajar con problemas y construcciones que involucraban los conceptos de circunferencia y círculo. A continuación, van a resolver algunas situaciones que permitirán recuperar y retomar algunas características de estas nociones tan importantes.

1. En una hoja de carpeta, marquen un punto A. Luego, marquen todos los puntos que están a 3 cm de A y también, todos los puntos que están a menos de 3 cm de A.

2. Se sabe que los puntos A y B están a 5 cm de distancia. Indiquen, antes de construir, cuántos puntos cumplen las condiciones solicitadas a continuación.

a. Que estén simultáneamente a 7 cm de A y de B.
b. Que estén simultáneamente a 3 cm de A y de B.
c. Que estén simultáneamente a 2,5 cm de A y de B.
d. Que estén simultáneamente a 2 cm de A y de B.

Si es necesario, comprueben realizando la construcción al finalizar.

Construcciones de triángulos y elaboración de criterios de congruencia

1. Dados los segmentos *a* y *b:*

a ______________________ b _________________

Construyan, si es posible, un triángulo que tenga un lado igual al segmento *a* y otro lado igual al segmento *b*. En el caso de que la construcción se haya podido realizar, ¿es posible construir más de un triángulo distinto con esos datos? ¿Por qué?

2. Construyan en cada caso, si es posible, un triángulo cuyos lados sean iguales a los segmentos *a*, *b* y *c*. En el caso de que cada construcción se haya podido realizar, ¿es posible construir más de un triángulo distinto con esos datos? ¿Por qué?

Triángulo 1

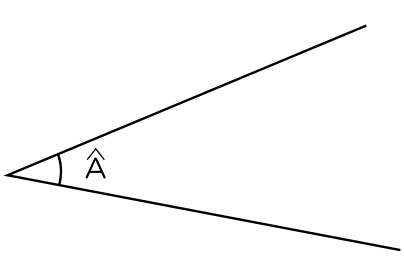
a ______________________
b _________________
c ______________________

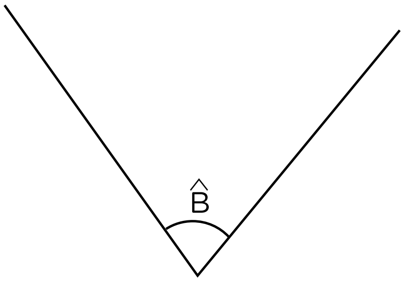
Triángulo 2

a ______
b ___________
c ______________________

3. a. Construyan, si es posible, un triángulo que tenga dos ángulos interiores iguales a los ángulos A y B. En el caso de que la construcción se haya podido realizar, ¿es posible construir más de un triángulo distinto con esos datos? ¿Por qué?

b. ¿Será cierto que dados dos ángulos, siempre es posible construir un triángulo?

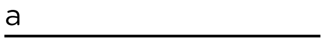


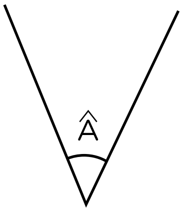


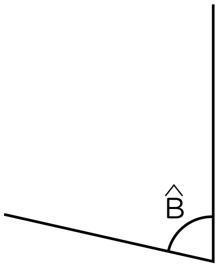
4. a. Construyan, si es posible, un triángulo cuyos ángulos midan 30°, 45° y 75°. ¿Es posible construir dos distintos? ¿Por qué?

b. Construyan, si es posible, un triángulo cuyos ángulos midan 30°, 45° y 105°. ¿Pueden construir dos distintos? ¿Por qué?

5. Dados el segmento *a* y los ángulos A y B:



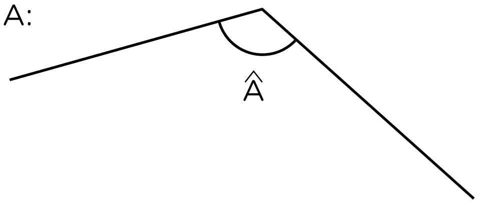




a. Construyan, si es posible, un triángulo en el cual uno de sus lados sea igual al segmento *a* y los ángulos adyacentes (o sea los que están apoyados en el segmento) sean iguales a los ángulos A y B.

b. En el caso de que la construcción se haya podido realizar, ¿es posible construir más de un triángulo distinto con esos datos? ¿Por qué?

6. Dados los segmentos *a* y *b*, y el ángulo A:



a. Construyan, si es posible, un triángulo que tenga un lado igual al segmento *a*, otro lado igual segmento *b* y el ángulo que se forma entre estos dos lados sea igual al ángulo A.

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación | Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa

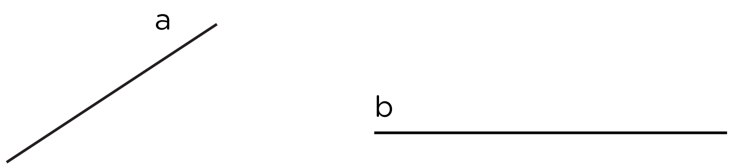
b. En el caso de que la construcción se haya podido realizar, ¿es posible construir más de un triángulo distinto con esos datos? ¿Por qué?

PARA TENER EN CUENTA

Dada una colección de datos para construir un triángulo, pueden aparecer las siguientes situaciones:		
Datos a partir de los cuales <u>no se pueden</u> construir triángulos	**Datos a partir de los cuales se puede construir <u>un único</u> triángulo**	**Datos a partir de los cuales se pueden construir <u>varios</u> triángulos distintos**
3 lados “que no cierran”	3 lados “que cierran”	2 lados
2 ángulos que suman más que 180º	Un lado y dos ángulos adyacentes que sumen menos que 180º	2 ángulos que sumen menos que 180º
3 ángulos que no suman 180º	Dos lados y el ángulo comprendido entre ellos	3 ángulos que sumen 180º

7. Construyan un triángulo rectángulo cuyos lados midan 4, 5 y 8 cm respectivamente. ¿Qué datos deberían agregar o modificar para que no se pueda realizar dicha construcción?

8. Dados los segmentos *a* y *b*:



Construyan, si es posible, un triángulo con un lado igual al segmento *a* y la altura correspondiente a dicho lado igual al segmento *b*. ¿Cuántos triángulos distintos se pueden construir? ¿Por qué?

9. Dados los segmentos *a*, *b* y *c*:

a. Construyan, si es posible, un triángulo con un lado igual al segmento *a*, la altura correspondiente a este lado igual a *b* y otro lado igual a *c*.

b. En el caso de que la construcción se haya podido realizar, ¿es posible construir más de un triángulo distinto con esos datos? ¿Por qué?

10. a. Construyan, si es posible, un triángulo isósceles donde un lado mida 6 cm y otro, 9 cm. ¿Cuántos se pueden construir?

b. Construyan, si es posible, un triángulo isósceles donde un lado mida 4 cm y otro, 9 cm. ¿Cuántos se pueden construir?

c. Den la medida de dos lados, de forma que no se pueda construir un triángulo isósceles con ellos.

11. Construyan, si es posible, un triángulo rectángulo donde un lado mida 4 cm y otro, 9 cm. ¿Cuántos se pueden construir?

Revisamos lo que aprendimos

¿Cómo se puede construir un triángulo utilizando diferentes instrumentos geométricos?
(https://bit.ly/42o9NEW)

Te invitamos a explorar las actividades que resolviste en esta primera parte utilizando GeoGebra.
(https://bit.ly/3vWO6zN)

Parte II. Teorema de Pitágoras y aplicaciones

Teorema de Pitágoras

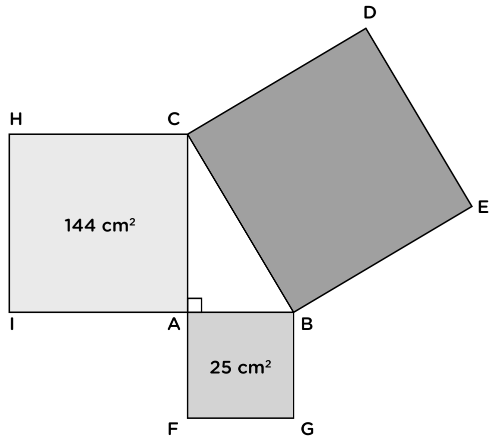
A continuación les proponemos repasar el teorema de Pitágoras y resolver algunas actividades. En todos los casos, tengan en cuenta que los dibujos que se muestran son figuras de análisis y no respetan las medidas indicadas en cada uno de ellos.

1. Sobre los lados del triángulo rectángulo ABC se construyeron cuadrados. El área del cuadrado ACHI es de 144 cm^2 y el área del cuadrado ABGF es de 25 cm^2.

Calculen, así:

a. Calculen el área del cuadrado BCDE.

b. Calculen la medida del lado BC.



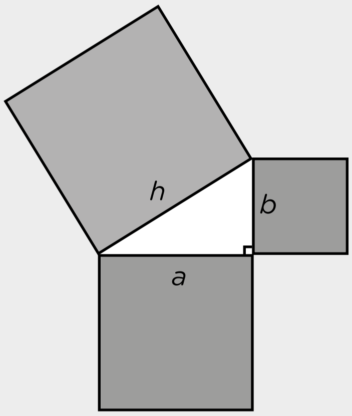
PARA RECORDAR

En un triángulo rectángulo, a los lados que forman el ángulo recto se los llama *catetos* y al lado que se encuentra opuesto al ángulo de 90° se lo llama *hipotenusa*.

2. Sobre los lados de un triángulo rectángulo se construyeron cuadrados. El área del cuadrado que se construyó sobre la hipotenusa es de 100 cm^2 y el área del cuadrado que se construyó sobre uno de los catetos es de 64 cm^2. Calculen la medida de cada uno de los lados del triángulo.

PARA RECORDAR

En cualquier triángulo rectángulo, se cumple que el área del cuadrado construido sobre la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre sus catetos.



Esta propiedad se conoce con el nombre de teorema de Pitágoras y también se puede enunciar así:

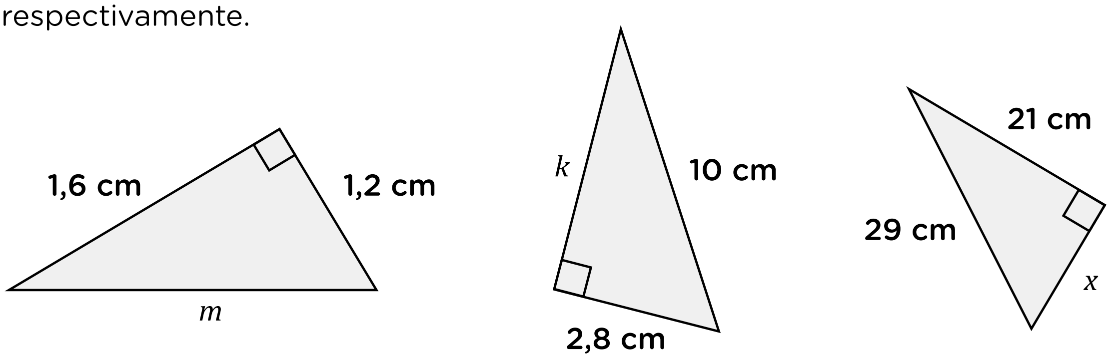
En todo triángulo rectángulo, si a y b son las medidas de los catetos y h es la medida de la hipotenusa, se cumple la siguiente igualdad:

$$h^2 = a^2 + b^2$$

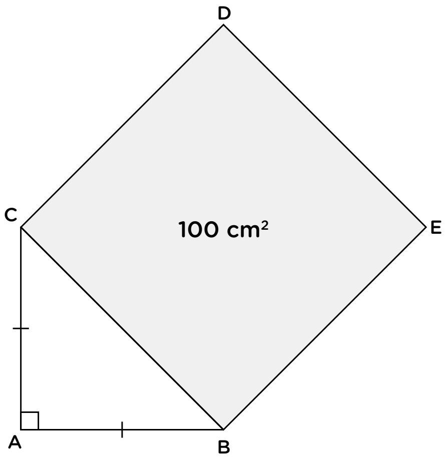
3. a. Uno de los catetos de un triángulo rectángulo mide 8 cm y su hipotenusa mide 17 cm. Calculen la medida del otro cateto.

b. Uno de los catetos de un triángulo rectángulo mide 20 cm y el otro, 21 cm. Calculen la medida de la hipotenusa de este triángulo.

4. Calculen, en cada triángulo rectángulo, la longitud de los segmentos m, k y x, respectivamente.



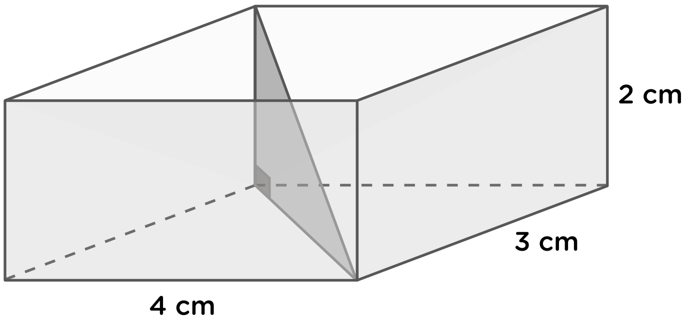
5. Sobre la hipotenusa del triángulo rectángulo ABC se construyó el cuadrado BCDE. El triángulo ABC es isósceles y el área del cuadrado BCDE es de 100 cm². Indiquen si las afirmaciones dadas a continuación son verdaderas o falsas y, en cada caso, expliquen por qué.



a. El perímetro del triángulo ABC es mayor que 10 cm.
b. Cada cateto del triángulo ABC mide 50 cm.
c. La medida de cada cateto del triángulo ABC está entre 7 cm y 7,1 cm.
d. El área del triángulo ABC es de 25 cm².

6. ¿Es posible construir un triángulo rectángulo con tres segmentos que midan 6 cm, 8 cm y 10 cm? ¿Y si miden 12 cm, 16 cm y 22 cm? ¿Por qué?

7. El siguiente esquema está compuesto por un prisma rectangular y un triángulo rectángulo. Calculen la longitud de la hipotenusa del triángulo.



Revisamos lo que aprendimos

¿En qué situaciones es posible usar el teorema de Pitágoras?
(https://bit.ly/3Sp6cC0)

Parte III. Construcciones de paralelogramos, mediatrices y bisectrices

Construcción de paralelogramos

A continuación, les proponemos realizar construcciones geométricas que les permitirán estudiar las propiedades de los paralelogramos.

Para realizar las siguientes construcciones, utilicen regla y compás.

1. Construyan un paralelogramo sabiendo que un lado mide 5 cm y el otro lado, 3 cm. ¿Cuántos paralelogramos es posible construir? ¿Por qué?

2. Construyan, si es posible, un paralelogramo con los datos que se proponen:

a. uno de sus lados mide 3 cm, otro 4 cm y su diagonal 8 cm.

b. uno de sus lados mide 3 cm, otro 4 cm y su diagonal 7 cm.

¿Qué condiciones deben cumplir dos lados consecutivos y la diagonal determinada por sus extremos no comunes para que sea posible construir un paralelogramo?

PARA RECORDAR

En todo paralelogramo los ángulos opuestos son congruentes y los ángulos adyacentes son suplementarios. Además, la suma de las medidas de los ángulos interiores es 360°.

Ángulos entre paralelas

Ahora, continuarán con las construcciones de paralelogramos que les permitirán estudiar propiedades referidas a los ángulos determinados al trazar rectas paralelas y otra transversal a las mismas.

Para realizar las siguientes construcciones, utilicen regla y transportador.

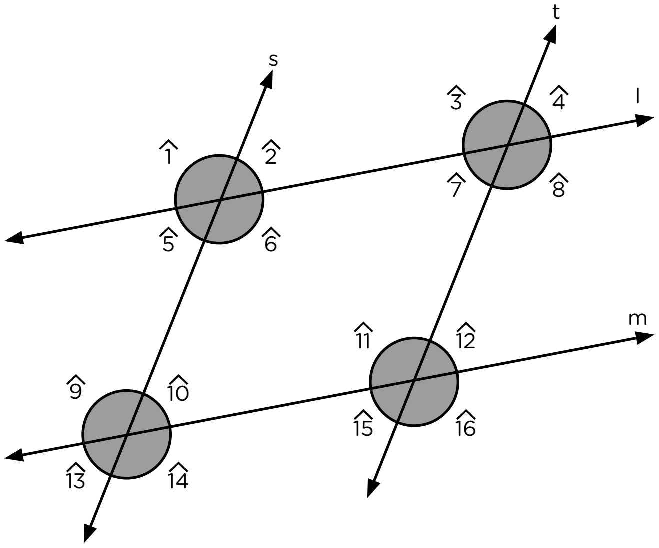
1. Construyan, si es posible, un paralelogramo con los datos que se proponen:

a. Un lado de 5 cm, uno de los ángulos que se apoya sobre ese lado de 20° y el otro ángulo que se apoya sobre ese lado de 160°.

b. Un lado de 4 cm, uno de los ángulos que se apoya sobre ese lado de 30° y el otro ángulo que se apoya sobre ese lado de 120°.

2. ¿Qué condiciones deben cumplir las medidas de dos ángulos de un paralelogramo que se apoyan sobre un mismo lado para que sea posible construirlo?

3. Si se representan cuatro rectas, paralelas dos a dos, es posible establecer las siguientes relaciones:



a. $\widehat{14}$ y $\hat{9}$ son congruentes.

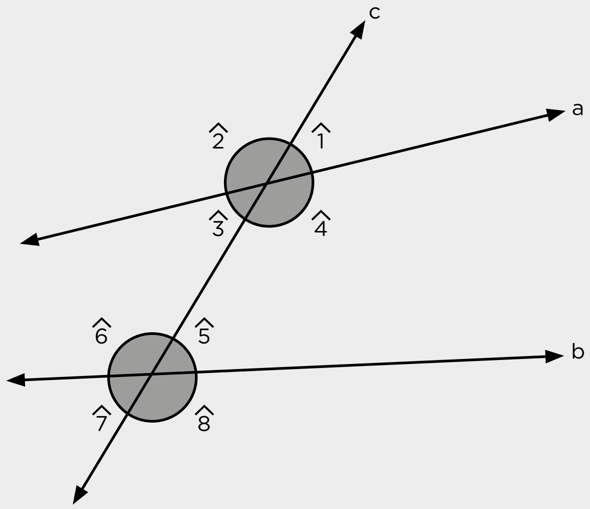
b. $\hat{9}$ y $\widehat{11}$ son congruentes.

c. $\hat{7}$ y $\widehat{12}$ son congruentes.

d. $\hat{1}$ y $\widehat{14}$ son congruentes.

Justifiquen cada una de las afirmaciones anteriores.

PARA RECORDAR



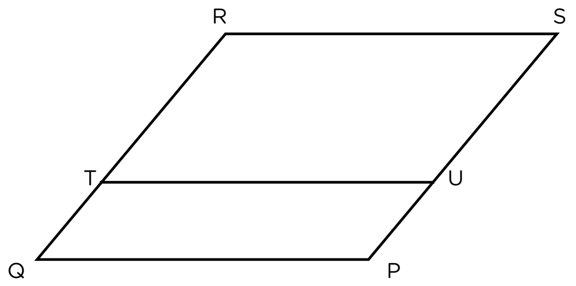
Los pares de ángulos $\hat{1}$ y $\hat{3}$; $\hat{2}$ y $\hat{4}$; $\hat{6}$ y $\hat{8}$; $\hat{5}$ y $\hat{7}$, se denominan “opuestos por el vértice”.

Los pares de ángulos $\hat{1}$ y $\hat{5}$; $\hat{4}$ y $\hat{8}$; $\hat{2}$ y $\hat{6}$; $\hat{3}$ y $\hat{7}$, se denominan “correspondientes”.

Los pares de ángulos $\hat{4}$ y $\hat{6}$; $\hat{3}$ y $\hat{5}$, se denominan “alternos internos”.

Los pares de ángulos $\hat{2}$ y $\hat{8}$; $\hat{1}$ y $\hat{7}$, se denominan “alternos externos”.

4. El cuadrilátero PQRS es un paralelogramo. Los puntos T y U pertenecen a los lados QR y PS, respectivamente, formando el segmento TU paralelo a los lados RS y QP.



a. ¿Cómo se puede justificar, sin medir, que el ángulo PQR es congruente al ángulo UTR?

b. ¿Cómo se puede justificar, sin medir, que el ángulo SUT es congruente al ángulo TRS?

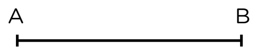
c. Sabiendo que el ángulo SPQ mide 120°, determinen la medida de todos los ángulos de la figura.

5. Construyan, si es posible y utilizando regla y compás, un paralelogramo con un lado de 5 cm, otro de 3 cm y la altura correspondiente al lado de 5 cm igual a 2 cm.

Mediatriz y bisectriz

En las próximas actividades, estudiarán cómo trazar la mediatriz de un segmento y la bisectriz de un ángulo.

1. Los puntos A y B determinan un segmento de 3 cm de longitud:



a. Dibujen todos los puntos que estén exactamente a 4 cm del punto A y a 4 cm del punto B.

b. Dibujen todos los puntos que estén exactamente a 6 cm del punto A y a 6 cm del punto B.

c. ¿Existen puntos que estén exactamente a 4,5 cm de A y de B, a la vez? ¿Y a 1,5 cm de A y de B? Si existen, márquenlos. Si no existen, expliquen por qué.

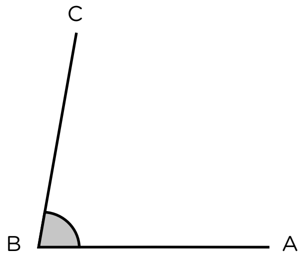
2. A partir del siguiente instructivo, construyan la figura.

- Trazá un segmento AB de 5 centímetros.
- Trazá la mediatriz del segmento y llamala m.
- Marcá el punto de intersección entre el segmento AB y la recta m. Llamalo P.
- Marcá un punto sobre m, distinto de P. Llamalo Q.
- Dibujá el triángulo AQB.

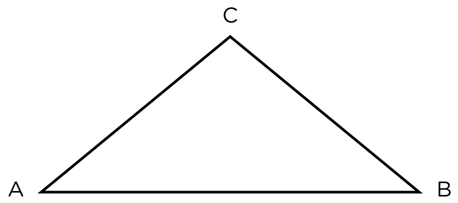
a. Sin medir, decidan si es cierto que el triángulo AQB es isósceles. Justifiquen la respuesta.

b. Sin realizar mediciones, decidan qué tipo de triángulo es, según sus ángulos, APQ. Justifiquen la respuesta.

3. A partir del siguiente ángulo ABC que mide 80°, tracen un ángulo que mida 20° sin usar transportador. Escriban y expliquen el procedimiento.



4. Siendo ABC un triángulo isósceles de base AB.



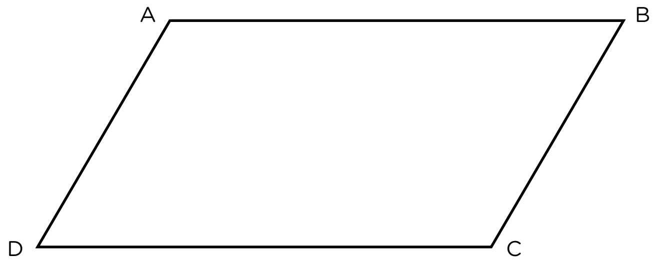
Tracen las bisectrices de cada uno de los ángulos interiores del mismo. Luego, llamen O al punto de intersección de dichas bisectrices. ¿Es posible saber, sin medir, si los triángulos CBO y ACO son congruentes? Justifiquen la respuesta.

Parte IV. Perímetro y área

Estas actividades les permitirán volver sobre lo que han estudiado, en años anteriores, sobre perímetro, área y su relación.

1. Construyan un rombo que tenga igual perímetro que un rectángulo de 5 cm de base y 3 cm de altura. Luego calculen el área de los dos cuadriláteros. ¿Obtuvieron el mismo valor? ¿Por qué?

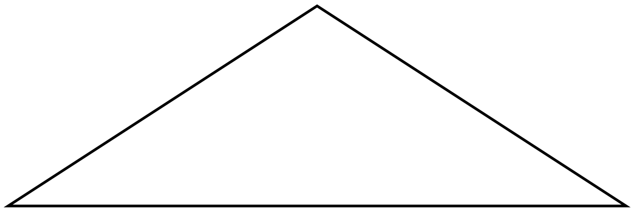
2. Construyan un rectángulo que tenga igual área que este paralelogramo.



3. Dibujen dos rombos de 5 cm de lado no congruentes entre sí.
  a. ¿Por qué la construcción no es única?
  b. ¿Cómo son los perímetros?
  c. ¿Alguno de los rombos es el de menor área? ¿Por qué?

4. ¿Se pueden dibujar dos cuadrados de igual área y distinto perímetro? ¿Por qué? ¿Y dos cuadrados de igual perímetro y distinta área? ¿Por qué?

5. Dibujen un triángulo que tenga la mitad de área que la del triángulo representado a continuación. ¿Hay una única posibilidad? ¿Por qué?



6. Dibujen un rectángulo cuyos lados midan 8 cm y 2 cm, respectivamente.
  a. ¿Cuál es su área? ¿Cuánto aumentaría la medida de su superficie si se aumenta cada lado al doble? ¿Qué pasaría con dicha medida si se reduce cada lado a la mitad?
  b. ¿Qué sucede, en ambos casos, con el perímetro?

7. Indiquen cuál o cuáles de estas afirmaciones son correctas. Justifiquen su respuesta en cada caso.
  a. Dos figuras con la misma área tienen siempre el mismo perímetro.
  b. Si la medida del perímetro de una figura aumenta, también aumenta la medida de su superficie.
  c. Si dos figuras tienen igual perímetro, pueden tener igual área.
  d. Dos figuras con diferente área pueden tener igual perímetro.

8. ¿Cómo modificarían la medida de los lados de un rectángulo para que el perímetro resulte el doble? ¿Por qué? ¿Y en un cuadrado?

PARA RECORDAR

Dos figuras que tienen el mismo perímetro pueden tener diferente área.

Dos figuras que tienen igual área pueden tener diferente perímetro.

Cuando en un rectángulo la base aumenta o disminuye y su altura se mantiene constante, el área aumenta o disminuye en la misma proporción que lo hace la base.

Números racionales

Fracciones

A continuación, van a trabajar con situaciones que les permitirán repasar temas relacionados con fracciones, que seguramente ya estudiaron en la escuela primaria.

1. Martín tenía caramelos de frutilla, menta, limón, manzana y naranja; 1 kg de cada sabor. Repartió los caramelos en bolsitas de $\frac{1}{2}$ kg, de $\frac{1}{4}$ kg y de $\frac{1}{8}$ kg. En la siguiente planilla anotó cómo hizo el reparto, pero faltan algunos datos. Complétenlos.

Caramelos de distintos sabores (1 kg de cada sabor)	**Bolsitas de $\frac{1}{2}$ kg**	**Bolsitas de $\frac{1}{4}$ kg**	**Bolsitas de $\frac{1}{8}$ kg**
Frutilla	1	1	2
Menta	1		0
Limón	1	0	
Manzana	0		4
Naranja	0	3	

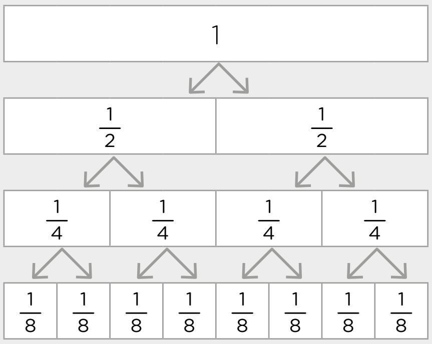
Pistas para resolver esta actividad
(https://bit.ly/3OqLznP)

PARA RECORDAR

Si a un entero se lo divide en 2 partes iguales, cada una representa un medio: $\frac{1}{2}$.

Si se juntan dos partes de $\frac{1}{2}$ se obtiene un entero.

También es posible obtener un entero juntando 4 partes de $\frac{1}{4}$, u 8 partes de $\frac{1}{8}$.



2. Marcos necesita comprar $2\frac{3}{4}$ kg de cereales para organizar los desayunos que vende. Entra a un negocio y encuentra paquetes con distinto peso: hay paquetes de $\frac{1}{4}$ kg, de $\frac{3}{4}$ kg, de $\frac{1}{8}$ kg y de $\frac{1}{2}$ kg.

a. ¿Qué paquetes puede comprar para llevar los $2\frac{3}{4}$ kg que necesita? Escriban tres posibilidades.

b. ¿Puede comprar los $2\frac{3}{4}$ kg llevando solo paquetes de $\frac{1}{8}$ kg? ¿Y llevando solo paquetes de $\frac{1}{2}$ kg?

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación | Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa

c. Luciana también compra en ese mismo local. Si compró $1\frac{1}{2}$ kg del mismo cereal, ¿qué paquetes pudo haber llevado?

Pistas para resolver esta actividad
(https://bit.ly/3OqLznP)

Fracciones: comparación

Ahora van a trabajar con relaciones entre fracciones y números naturales. Es importante tener presente que todos los números naturales pueden expresarse como fracciones.

1. Para cada una de las siguientes fracciones, decidan si es mayor o menor que 1. En cada caso, anoten también cuánto le falta o cuánto se pasa de 1. La primera fila está completa a modo de ejemplo.

	Fracción	¿Es mayor o menor que 1?	¿Cuánto le falta o cuánto se pasa de 1?
a.	$\frac{2}{3}$	Menor que 1	Le falta $\frac{1}{3}$ para llegar a 1.
b.	$\frac{1}{4}$		
c.	$\frac{3}{2}$		
d.	$\frac{3}{5}$		
e.	$\frac{7}{3}$		
f.	$\frac{15}{5}$		

Pistas para resolver esta actividad
(https://bit.ly/3OqLznP)

2. Completen el siguiente cuadro. La primera fila está completa a modo de ejemplo.

	¿Cuánto le falta a...?	Para llegar a 1	Para llegar a 2	Para llegar a 3
a.	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{7}{3}$
b.	$\frac{1}{2}$			
c.	$\frac{3}{4}$			
d.	$\frac{2}{5}$			
e.	$\frac{3}{8}$			

Pistas para resolver esta actividad
(https://bit.ly/3OqLznP)

PARA RECORDAR

Los números que determinan una fracción se llaman: $\frac{\textit{numerador}}{\textit{denominador}}$

Por ejemplo: en la fracción $\frac{2}{3}$ el 2 es el numerador y el 3 es el denominador.

- Si el numerador es mayor que el denominador, la fracción será mayor que 1.
- Si el numerador es menor que el denominador, la fracción será menor que 1.

Fracciones y escrituras equivalentes

Les proponemos continuar trabajando con las distintas formas en que puede ser escrita una misma fracción.

1. Para cada una de las siguientes fracciones y números mixtos, anoten cinco escrituras equivalentes. La primera fila está completa, a modo de ejemplo, con algunas expresiones posibles.

	Fracción	Otras escrituras equivalentes
a.	$\frac{4}{3}$	$\frac{8}{6}$, $\frac{12}{9}$, $1\frac{1}{3}$, $\frac{40}{30}$
b.	$\frac{1}{5}$	
c.	$\frac{1}{4}$	
d.	$1\frac{1}{2}$	
e.	$5\frac{2}{3}$	

Pistas para resolver esta actividad
(https://bit.ly/3OqLznP)

2. ¿Cuáles de estas fracciones y números mixtos son equivalentes entre sí?

$\frac{6}{9}$ $\frac{14}{8}$ $\frac{4}{6}$

$\frac{5}{2}$ $2\frac{1}{2}$ $\frac{10}{4}$

$\frac{7}{4}$ $1\frac{6}{8}$

Pistas para resolver esta actividad
(https://bit.ly/3OqLznP)

3. Completen con números naturales en los espacios en blanco para que resulten equivalentes las fracciones de cada ítem.

a. $\frac{2}{3} = \frac{\square}{6}$ **b.** $\frac{3}{4} = \frac{21}{\square}$ **c.** $\frac{5}{7} = \frac{55}{\square}$ **d.** $\frac{\square}{54} = \frac{3}{18}$

Fracciones y expresiones decimales

A continuación, les proponemos tres actividades para revisar las relaciones que existen entre las fracciones y las expresiones decimales.

1. Indiquen si cada una de las siguientes igualdades son verdaderas o falsas. Expliquen su respuesta.

a. $\frac{34}{10} = 0{,}34$

b. $\frac{173}{100} = 1{,}73$

c. $\frac{9}{18} = 0{,}5$

d. $\frac{2}{4} = 2{,}4$

e. $\frac{3}{4} = 0{,}75$

f. $\frac{151}{100} = 6 + \frac{51}{10}$

2. Completen los espacios vacíos con números naturales para que cada una de las siguientes igualdades sea verdadera.

a. $0{,}349 = \frac{\square}{10} + \frac{4}{100} + \frac{9}{1000}$

b. $0{,}192 = \frac{1}{10} + \frac{\square}{100} + \frac{\square}{1000}$

c. $0{,}756 = \frac{7}{10} + \frac{\square}{1000}$

d. $1{,}56 = \frac{\square}{10} + \frac{6}{100}$

e. $2{,}197 = \frac{\square}{100} + \frac{7}{1000}$

f. $0{,}349 = \frac{1}{10} + \frac{\square}{100} + \frac{9}{1000}$

3. Determinen cuál es la expresión decimal correspondiente a cada fracción y expliquen la estrategia que utilizaron.

a. $\frac{57}{10}$

b. $\frac{9}{5}$

c. $\frac{253}{100}$

d. $\frac{231}{50}$

e. $\frac{9}{4}$

f. $\frac{4}{9}$

PARA RECORDAR

El conjunto de los números racionales se representa con la letra Q y está formado por todos los números que se pueden escribir en forma de fracción.

Por ejemplo:

- 5 es un número racional ya que se puede escribir como $\frac{10}{2}$, $\frac{25}{5}$, etc.
- –1,25 es un número racional ya que se puede escribir como $-\frac{5}{4}$, $-\frac{25}{20}$, etc.
- $0{,}\overset{\frown}{3}$ es un número racional ya que se puede escribir como $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{12}$, etc.

En otras palabras, los números racionales son todos aquellos que pueden expresarse como el cociente de dos números enteros (con el divisor distinto de cero).

Fracciones y decimales en la recta numérica

En las siguientes actividades van a ubicar números racionales en la recta numérica y van a resolver problemas que involucran cálculos mentales con fracciones y números decimales.

1. En la siguiente recta están representados el 0 y el $\frac{1}{4}$. Ubiquen, aproximadamente, los números: 0,5 ; 0,75 ; 1 y $\frac{3}{2}$.

2. En la siguiente recta están representados el 0 y el $\frac{1}{10}$. Ubiquen, aproximadamente, los números: $\frac{2}{10}$; 0,3 ; 0,5 ; 1 y 1,1.

3. En la siguiente recta están representados el 0,5 y el 0,7. Ubiquen, aproximadamente, los números: 0; 1 y $\frac{5}{4}$.

PARA RECORDAR

Para ubicar números en la recta numérica a partir de una escala determinada, es necesario conocer la ubicación de al menos dos números.

4. A partir de la información que presenta la siguiente recta numérica:

a. Ubiquen el número 1.
b. Indiquen qué número representa la letra A y qué número representa la letra B.

Actividades para seguir estudiando

¿Cómo representamos fracciones en la recta numérica?
(https://bit.ly/42ovX9T)

Ordenar y comparar números racionales

A continuación les proponemos revisar estrategias para ordenar y comparar números racionales.

1. En cada caso, si es posible, propongan una fracción que verifique la condición pedida. Si no fuera posible, expliquen por qué.

a. Que se encuentre entre 0 y 1, y su denominador sea 7.
b. Que sea igual a 1 y su denominador sea 9.
c. Que se encuentre entre 1 y 2, y su denominador sea 9.
d. Que sea mayor que 4 y su denominador sea 5.
e. Que se encuentre entre 0 y 1, y su numerador sea 3.
f. Que se encuentre entre 2 y 3, y su numerador sea 1.

2. Completen los espacios con los símbolos < (menor), > (mayor) o = (igual), según corresponda. En cada caso, expliquen cómo lo pensaron.

a. $\frac{1}{8}$ .... $\frac{1}{15}$

b. $\frac{9}{5}$ .... $\frac{9}{7}$

c. $\frac{10}{25}$ .... $\frac{5}{3}$

d. $\frac{9}{18}$ 0,5

e. $\frac{3}{7}$ 3,7

f. $\frac{1}{4}$ .... $\frac{3}{16}$

Pistas para resolver esta actividad
(https://bit.ly/3OqLznP)

3. Ordenen los siguientes números de menor a mayor:

$-1,\overset{\frown}{2}$ $\quad -\frac{7}{4}$ $\quad \frac{25}{50}$ $\quad -1,2$ $\quad \frac{12}{25}$ $\quad -1$ $\quad -\frac{7}{5}$ $\quad 3$ $\quad \frac{16}{5}$

4. a. Escriban tres fracciones mayores que 2,5.
b. Escriban tres fracciones menores que –0,5.
c. Escriban tres fracciones que sean mayores que 1,5 y menores que 1,75.

5. En cada caso, indiquen si la afirmación es verdadera o falsa. Justifiquen sus respuestas.

a. El doble de $\frac{2}{5}$ es $\frac{4}{10}$.

b. $\frac{1}{7}$ es mayor que $\frac{1}{8}$.

c. $\frac{4}{3}$ es igual a 4,3.

d. $\frac{1}{3}$ es menor que 0,3.

6. En cada caso, asignen, si es posible, un **número natural** a m para que se cumpla la condición pedida.

a. $\frac{m}{8} = 5$

b. $\frac{m}{9}$ es un número entero

c. $\frac{m}{9}$ se encuentra entre 2 y 3

d. $\frac{3}{m}$ es mayor que 1

e. $\frac{m}{6}$ se encuentra entre 3 y 3,5

f. $-\frac{m}{12} = -\frac{1}{2}$

g. $-\frac{m}{5}$ es menor que –2

h. $\frac{m}{3} = 0{,}5$

i. $-\left(\frac{10}{m}\right) + 1 = 0$

7. En cada caso, analicen cuáles son todos los **números naturales** por los que se puede reemplazar la variable k para que se cumpla la condición pedida.

a. $\frac{5}{k}$ es mayor que $\frac{5}{7}$

b. $\frac{1}{k}$ es menor que $\frac{1}{10}$

c. $\frac{k}{4}$ es menor que $\frac{5}{2}$

d. $\frac{k}{9}$ es menor que $\frac{19}{18}$

8. Sabiendo que n representa un número natural cualquiera, completen con > , < o = según corresponda.

a. $\frac{4}{n}$ .... $\frac{5}{n}$

b. $-\frac{3}{n}$ .... $-\frac{6}{2n}$

c. $\frac{1}{n}$ .... $\frac{1}{n+1}$

d. $\frac{n}{5}$ .... $\frac{n}{7}$

e. $-\frac{n}{5}$ .... $-\frac{n}{7}$

f. $\frac{n}{n+1}$ 1

Números racionales: sumas y restas

A continuación les proponemos revisar algunas cuestiones sobre sumas y restas con fracciones. Es muy importante que, antes de leer las pistas, piensen cada actividad e intenten resolverla.

1. Calculen mentalmente qué número debe colocarse en cada caso para completar los siguientes cálculos:

a. $\frac{3}{8} + 1 =$ ....

b. $\frac{19}{3} + 1 =$ ....

c. $\frac{15}{4} - 1 =$ ....

d. $\frac{3}{5} + 2 =$ ....

e. $\frac{3}{5} +$ .... $= 2$

f. $\frac{7}{6} +$ .... $= 3$

g. $\frac{5}{2} -$ .... $= 1$

h. $\frac{17}{5} -$ .... $= 3$

2. En cada caso, sin calcular el resultado, indiquen si la afirmación es verdadera o falsa. Justifiquen sus respuestas.

a. $\frac{1}{2} + 1$ es mayor que 2.

b. $5 + 1\frac{3}{4}$ es mayor que 7.

c. $5 - \frac{5}{4}$ es menor que 4.

d. $8 - \frac{6}{5}$ es menor que 7.

e. $6 + \frac{18}{9}$ es mayor que 10.

f. $10 + \frac{14}{7}$ es igual a 12.

3. Jorge compró en el mercado $1\frac{1}{2}$ kg de pan, $\frac{3}{4}$ kg de manzanas y 2 paquetes de $\frac{1}{2}$ kg de yerba mate. Puso todo en una bolsa para llevar hasta su casa. ¿Cuánto pesa la bolsa con todos los productos en su interior? Expliquen cómo lo pensaron.

4. Resuelvan las siguientes cuentas:

a. $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} =$

b. $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} =$

c. $\frac{1}{6} + \frac{1}{3} =$

d. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} =$

e. $\frac{3}{10} - \frac{1}{5} =$

f. $\frac{1}{8} + \frac{1}{2} =$

g. $\frac{1}{16} + \frac{3}{8} =$

h. $\frac{1}{8} - \frac{1}{16} =$

PARA RECORDAR

Para sumar o restar fracciones con distinto denominador, se pueden usar otras fracciones equivalentes a las dadas, de forma tal que todas tengan el mismo denominador. Algunos ejemplos:

$$\frac{1}{3} + \frac{5}{6} = \frac{2}{6} + \frac{5}{6} = \frac{7}{6}$$

$$\frac{5}{2} - \frac{2}{3} = \frac{15}{6} - \frac{4}{6} = \frac{11}{6}$$

5. En cada caso, completen el espacio vacío para que se cumpla la igualdad:

a. $\frac{5}{7} +$ .... $= 1$

b. $\frac{5}{7} +$ .... $= 2$

c. $\frac{5}{7} +$ .... $= 3$

d. $1{,}7 -$ .... $= 1$

e. $\frac{27}{13} -$ .... $= 2$

f. $2 -$ .... $= 0{,}4$

g. $3 -$ .... $= \frac{19}{7}$

h. $1 + \frac{1}{6} +$ .... $= 3$

i. $1 + 0{,}25 +$ .... $= 1{,}5$

Pistas para resolver esta actividad (https://bit.ly/3OqLznP)

Multiplicaciones y divisiones de fracciones por números naturales

A continuación les proponemos algunas actividades para revisar el trabajo con las multiplicaciones y divisiones entre fracciones y números naturales.

1. a. La receta de un postre que rinde para 3 porciones lleva $\frac{1}{2}$ kg de dulce de leche. Completen la tabla con las cantidades de dulce de leche (en kg) necesarias según el número de porciones que se desee preparar.

Porciones	3	9	12	15
Dulce de leche (en kg)	$\frac{1}{2}$			

b. Un paquete de confites de chocolate pesa $\frac{3}{4}$ kg. ¿Cuánto pesarán 3 paquetes? ¿Y 5 paquetes? ¿Y 7 paquetes?

Pistas para resolver esta actividad
(https://bit.ly/3OqLznP)

PARA RECORDAR

- Multiplicar una fracción por un número natural es equivalente a sumar la fracción tantas veces como indica el número natural. Por ejemplo:

$$\frac{3}{4} \cdot 5 = \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{15}{4} \left(\text{que es equivalente a } 3\frac{3}{4}\right)$$

- Para multiplicar una fracción por un número natural se puede multiplicar el numerador de la fracción por el número natural y dejar el mismo denominador. Por ejemplo: $\frac{3}{4} \times 5 = \frac{3 \times 5}{4} = \frac{15}{4}$

2. Indiquen qué número debe colocarse en cada caso para completar las siguientes cuentas:

a. $\frac{1}{4} \times 4 =$ ....

b. $\frac{1}{9} \times 9 =$ ....

c. $5 \times$ .... $= 1$

d. $3 \times$ .... $= 1$

e. $\frac{1}{8} \times$ .... $= 1$

f. $\frac{1}{21} \times$ .... $= 1$

Pistas para resolver esta actividad (https://bit.ly/3OqLznP)

PARA RECORDAR

Si a un número se lo multiplica por otro y el resultado es 1, se dice que ese otro número es su **inverso multiplicativo**.

Por ejemplo, como $\frac{1}{4} \cdot 4 = 1$, entonces 4 es el inverso multiplicativo de $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{4}$ es el inverso multiplicativo de 4.

3. a. ¿Por qué número hay que multiplicar a $\frac{1}{5}$ para obtener como resultado 2?

b. ¿Por qué número hay que multiplicar a 3 para obtener como resultado 2?

c. ¿Por qué número hay que multiplicar a 3 para obtener como resultado 4?

Pistas para resolver esta actividad (https://bit.ly/3OqLznP)

4. Joaquín trabaja en un negocio que vende cereales, frutos secos y otros productos naturales. Tiene que preparar tres pedidos para hacer una entrega a domicilio.

a. Debe repartir $\frac{3}{4}$ kg de almendras en 3 bolsitas que pesen lo mismo. ¿Cuánto pesará cada una de esas bolsitas?

b. Tiene que repartir $\frac{1}{2}$ kg de pasas de uva en 3 bolsitas de igual peso. ¿Cuánto pesará cada una de esas bolsitas?

c. Otro cliente le pidió $\frac{1}{2}$ kg de cereales de maíz repartidos en 5 bolsitas con la misma cantidad. ¿Cuánto pesará cada una de esas bolsitas?

Pistas para resolver esta actividad (https://bit.ly/3OqLznP)

5. Completen la siguiente tabla. En cada columna deben quedar una fracción, su doble y su mitad. La primera columna está completa a modo de ejemplo.

Mitad de la fracción	$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{3}$			
Fracción	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$			$\frac{3}{4}$	
Doble de la fracción	$\frac{1}{2}$			$\frac{2}{5}$		$\frac{5}{7}$

6. Resuelvan las siguientes cuentas:

a. $\frac{1}{4} : 3 =$ **b.** $\frac{1}{5} : 4 =$ **c.** $\frac{8}{5} : 4 =$ **d.** $\frac{4}{3} : 2 =$ **e.** $\frac{2}{3} : 5 =$ **f.** $\frac{4}{7} : 3 =$

PARA RECORDAR

Para dividir una fracción cualquiera por un número natural se puede multiplicar el denominador de la fracción por el número natural y dejar el mismo numerador. Por ejemplo:

$$\frac{5}{6} : 3 = \frac{5}{6 \cdot 3} = \frac{5}{18}$$

Multiplicaciones y divisiones entre fracciones

A continuación les proponemos algunas actividades para revisar el cálculo de multiplicaciones y divisiones entre fracciones. Es muy importante que, antes de leer las pistas, piensen cada actividad e intenten resolverla.

1. Para preparar mermelada de frutilla, por cada 1 kg de frutillas hace falta $\frac{3}{5}$ kg de azúcar. Completen la tabla para poder saber qué cantidad de azúcar es necesaria en cada caso.

Pistas para resolver esta actividad (https://bit.ly/3OqLznP)

Cantidad de frutillas (en kg)	1	2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$
Cantidad de azúcar (en kg)	$\frac{3}{5}$				

2. Para preparar mermelada de durazno, por cada 1 kg de duraznos hace falta $\frac{1}{3}$ kg de azúcar. Completen la tabla para saber qué cantidad de duraznos y de azúcar se necesita en cada caso.

Pistas para resolver esta actividad (https://bit.ly/3OqLznP)

Cantidad de duraznos (en kg)	1			$\frac{5}{4}$		
Cantidad de azúcar (en kg)	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{2}$	2

PARA RECORDAR

Dividir una fracción por otra (distinta de cero) es equivalente a multiplicar la primera por el inverso multiplicativo de la segunda. Algunos ejemplos:

- Para resolver la división $\frac{2}{7} : \frac{1}{3}$, como el inverso multiplicativo de $\frac{1}{3}$ es 3:
$$\frac{2}{7} : \frac{1}{3} = \frac{2}{7} \times 3 = \frac{6}{7}$$
- Para resolver la división $\frac{5}{4} : \frac{2}{9}$, como el inverso multiplicativo de $\frac{2}{9}$ es $\frac{9}{2}$:
$$\frac{5}{4} : \frac{2}{9} = \frac{5}{4} \times \frac{9}{2} = \frac{45}{8}$$

3. Indiquen qué número debe colocarse en cada caso para completar las siguientes cuentas:

a. $\frac{5}{3} \cdot \frac{2}{5} =$ ....
c. $\frac{5}{4} \cdot$ .... $= \frac{15}{8}$
e. .... $: \frac{2}{3} = \frac{21}{10}$

b. $\frac{3}{4} : \frac{2}{7} =$ ....
d. $\frac{3}{7} \cdot$ .... $= \frac{15}{28}$
f. .... $: \frac{7}{12} = \frac{12}{35}$

4. a. Propongan tres multiplicaciones que den como resultado 1.
b. Propongan tres multiplicaciones que den como resultado –2.
c. Propongan tres multiplicaciones que den como resultado 5.
d. Propongan tres multiplicaciones que den como resultado $\frac{3}{2}$.

5. En cada caso, completen el espacio vacío para que se cumpla la igualdad:

a. $\frac{1}{6} \cdot$ .... $= 1$
d. $\frac{7}{6} \cdot$ .... $= 1$
g. $1 :$ .... $= \frac{4}{9}$

b. $-\frac{1}{6} \cdot$ .... $= 3$
e. $\frac{2}{3} \cdot$ .... $= -1$
h. $1 :$ .... $= 0,5$

c. $7 \cdot$ .... $= 1$
f. $1 :$ .... $= -5$
i. $1 :$ .... $= \frac{6}{13}$

Actividades para seguir estudiando

¿Cómo multiplicamos fracciones?
(https://bit.ly/42qvwvR)

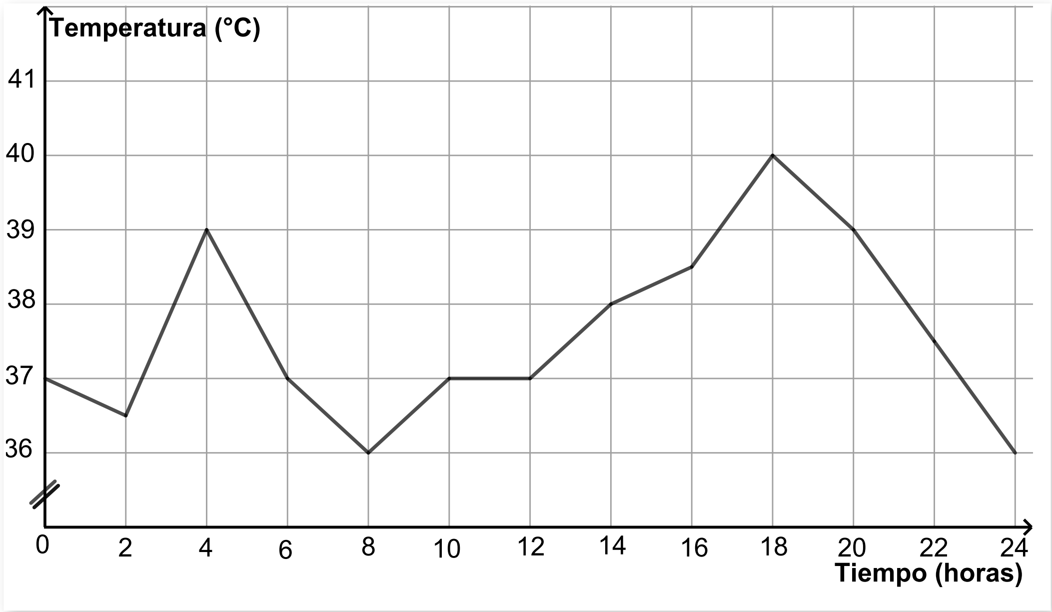
Funciones

Parte I. Aproximación a las funciones a través de gráficos

Análisis e interpretación de gráficos cartesianos

En estas primeras páginas encontrarán diferentes actividades para el análisis de gráficos cartesianos, que posiblemente trabajaron en años anteriores. La intención es que aborden estas actividades con los conocimientos y las herramientas de que disponen, y que, con el acompañamiento de su docente, puedan seguir avanzando en el estudio de nuevas situaciones. Es importante que, para cada una de las actividades, puedan justificar las decisiones que toman para resolverlas.

1. Joaquín está transitando un cuadro febril. El siguiente gráfico muestra la evolución de su temperatura corporal a lo largo del día.



a. ¿Cuál fue la temperatura corporal de Joaquín a las 6 h? ¿En qué otros momentos tuvo esa misma temperatura? ¿En qué horas del día Joaquín registró una temperatura de 36 °C?

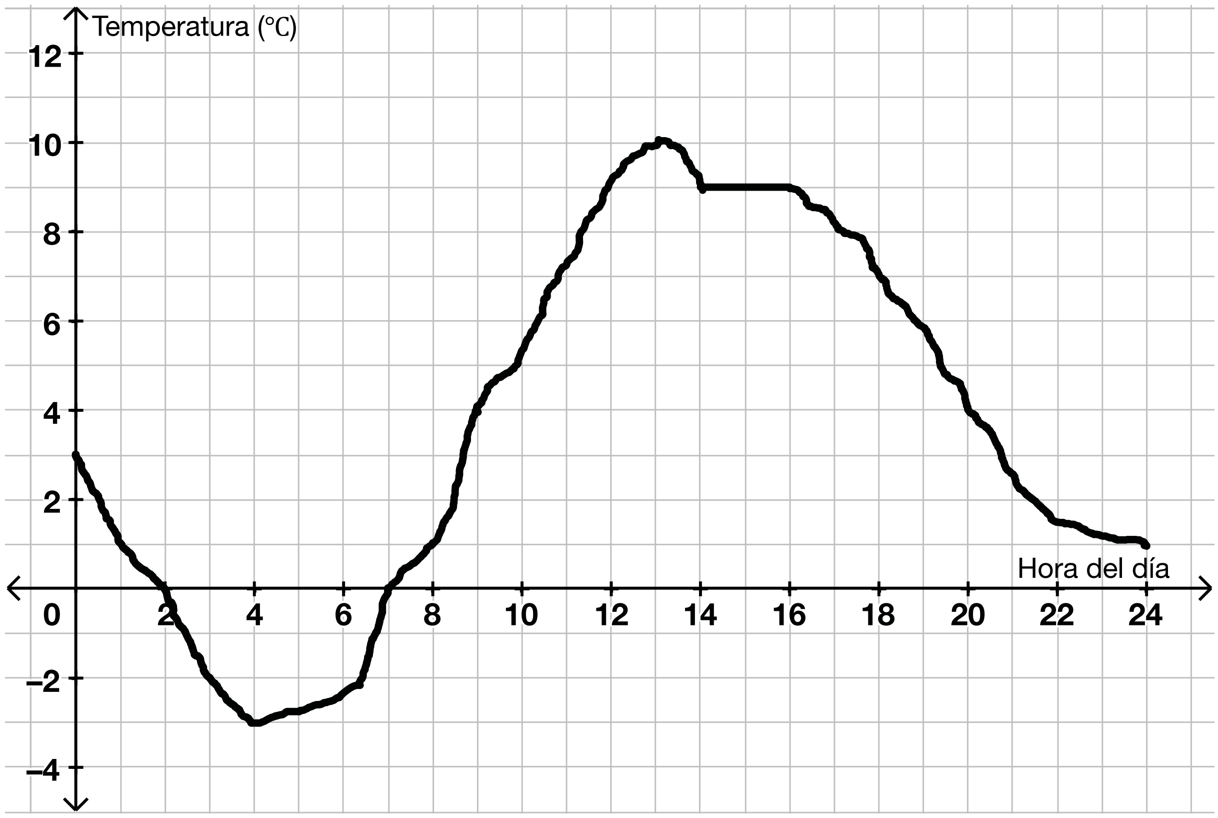
b. ¿Cuál fue la temperatura máxima de Joaquín ese día?

c. ¿Es cierto que entre las 6 y las 8 h la temperatura de Joaquín disminuyó? Expliquen cómo se dieron cuenta.

d. ¿En qué tramos del día la temperatura de Joaquín se mantuvo constante? ¿En qué tramos subió?

e. En dos momentos del día se le administró a Joaquín un antifebril. ¿Cuáles podrían ser esos momentos y por qué creen eso?

2. El 21 de julio de 2018, en un observatorio meteorológico de Bariloche, se decidió estudiar la temperatura en la ciudad durante el día completo, comenzando a las 0 horas. El siguiente gráfico muestra la temperatura de ese día en función del tiempo.



a. ¿Cuál fue la temperatura a las 18 horas? ¿Y a las 3 horas?

b. ¿En qué momentos la temperatura fue 4 °C? ¿Y 1 °C? ¿Y 0 °C?

c. Juana dice que entre las 13 y las 14 horas la temperatura disminuyó. ¿Están de acuerdo? ¿Pueden encontrar otro tramo del día en el que la temperatura haya disminuido?

d. ¿Hubo algún tramo del día donde la temperatura se haya mantenido constante? Si responden que sí, indiquen cuándo.

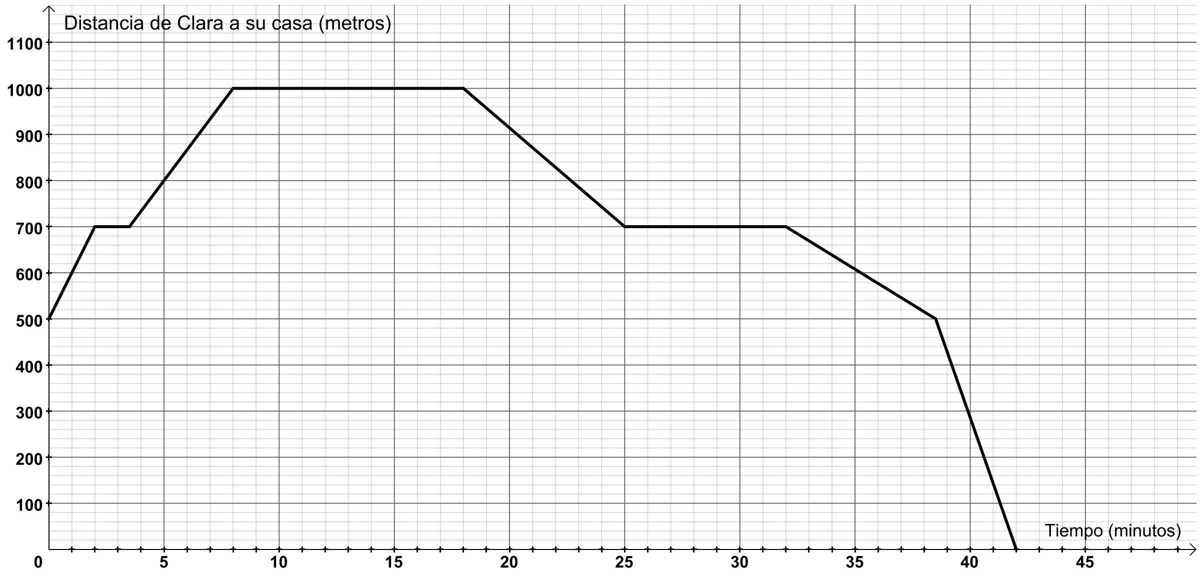
e. Identifiquen cuáles fueron las temperaturas máxima y mínima registradas ese día. ¿En qué momentos se alcanzaron?

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación | Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa

3. Clara se encontraba en la casa de su amiga Ayelén. Decidió salir desde allí hacia una ferretería porque necesitaba comprar algunos materiales para hacer unos arreglos y, luego, regresó a su casa.

Pistas para resolver esta actividad
(https://bit.ly/3OqLznP)

Ambas amigas viven sobre la misma avenida, que cuenta con varias ferreterías. El siguiente gráfico muestra la distancia de Clara a su casa en función del tiempo transcurrido desde que salió de la casa de Ayelén.



a. ¿A qué distancia de su casa se encontraba Clara a los...

- 5 minutos?
- 27 minutos?
- 33 minutos?

b. Durante el recorrido, ¿en qué momentos Clara se encontraba a 800 metros de su casa?

c. ¿A qué distancia de la casa de Clara está la casa de Ayelén?

d. La primera vez que se detuvo fue en una ferretería que estaba cerrada. Esperó un momento, pero no llegó nadie. ¿A qué distancia de su casa se encuentra este negocio?

e. Luego siguió caminando para buscar otra ferretería. La siguiente parada fue en una que quedaba más lejos. Sacó un número, pero cuando la atendieron le dijeron que no tenían lo que ella estaba buscando. ¿Cuánto tiempo estuvo en total en ese negocio?

f. No habiendo encontrado lo que necesitaba decidió volver y pasó nuevamente por el primer local, ¿creen que esta vez estaba abierto o cerrado? ¿Por qué?

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación | Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa

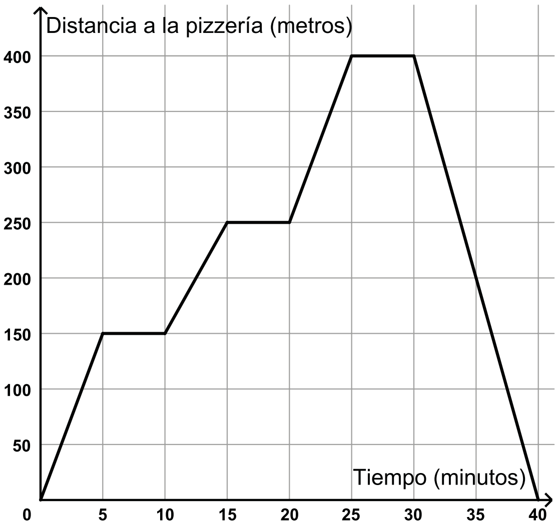
4. Agustín reparte pizzas y tuvo que entregar algunos pedidos en casas que están en la misma calle de la pizzería. El siguiente gráfico muestra la distancia de Agustín a la pizzería desde que salió del local hasta que regresó, durante los 40 minutos que duró el reparto.

a. ¿Cuántos pedidos pudo haber entregado Agustín?

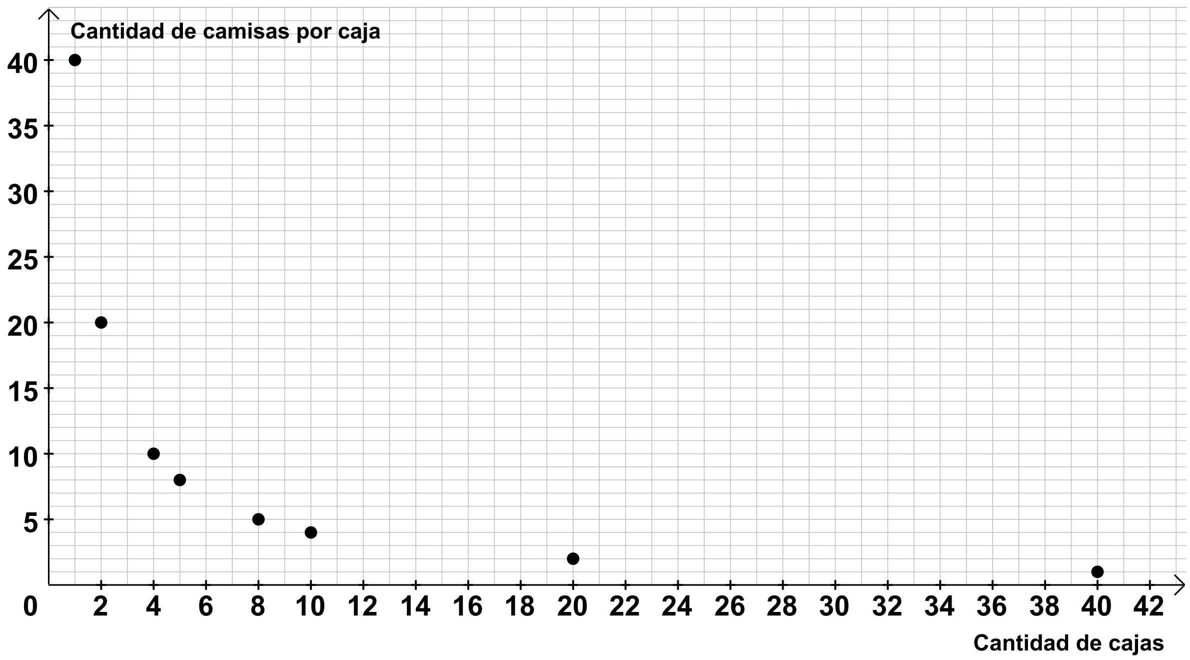
b. ¿A qué distancia de la pizzería estaba Agustín cuando entregó cada uno de los pedidos que mencionaron en la consigna **a.**?

c. ¿Cuántos minutos demoró en hacer cada una de las entregas que mencionaron en la consigna **a.**?

d. ¿Qué distancia recorrió en total Agustín?



5. Para organizar mejor su *stock*, un comerciante quiere guardar en cajas las camisas del depósito de manera tal que en cada caja haya la misma cantidad de camisas. En el siguiente gráfico se muestra la cantidad de camisas por caja en función de la cantidad de cajas a utilizar, para todas las posibilidades que encontró el comerciante.

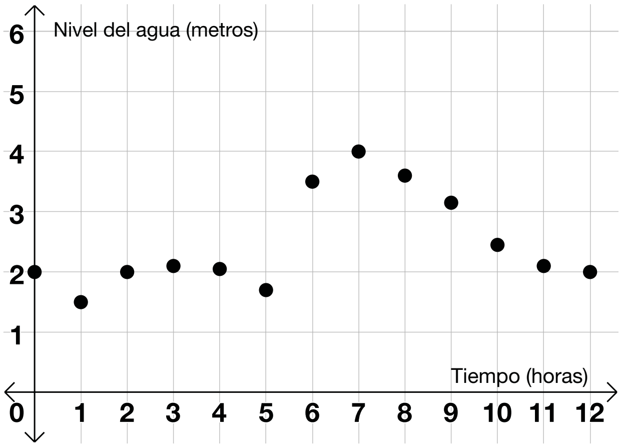


a. ¿Cuántas camisas por caja se guardan si se usan 10 cajas? ¿Y si se usan 2 cajas?

b. ¿Cuántas camisas tiene el comerciante en el depósito?

c. ¿Les parece que tiene sentido unir los puntos que forman este gráfico? Si respondieron que sí, expliquen cómo los unirían; si su respuesta fue no, expliquen por qué.

6. En un Parque Nacional, un grupo de investigadores/as midió el nivel del agua de un río a lo largo de medio día. Para eso, contaban con un instrumento que les permitió registrar el nivel del agua (en metros) cada una hora. Luego de recabar toda la información, hicieron el gráfico que se muestra a la derecha.



¿Cuál fue el registro del nivel del agua a las 7 horas?

a. ¿En algún momento el nivel del agua fue de 3 metros? Expliquen cómo lo pensaron.

b. ¿Cuál fue el máximo nivel del agua registrado?

c. A partir de los datos del gráfico, ¿se puede saber cuál fue el nivel máximo del agua en ese tramo del día?

d. ¿Creen que tiene sentido unir los puntos del gráfico? Justifiquen su respuesta y, si respondieron que sí, indiquen cómo unirían los puntos y por qué.

e. Indiquen cuáles de las siguientes tablas podrían corresponder a los primeros registros del grupo de investigadores/as y expliquen por qué.

Pistas para resolver esta actividad (https://bit.ly/3OqLznP)

Tabla 1

Tiempo (h)	Nivel del agua (m)
0	1,6
1	1,5
2	2
3	2,1
4	2,05

Tabla 2

Tiempo (h)	Nivel del agua (m)
0	2
1	1,6
2	2
3	2,2
4	2,1

Tabla 3

Tiempo (h)	Nivel del agua (m)
0	2
1	1,5
2	2
3	2
4	2

Tabla 4

Tiempo (h)	Nivel del agua (m)
0	2
1	1,5
2	2
3	2,1
4	2,05

7. En la siguiente tabla se registraron las temperaturas de la ciudad de Lago Puelo a lo largo de un día de invierno.

Tiempo (horas)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
Temperatura (°C)	2	1	−4	−2	1	5	6	8	8	7	3	1	0

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación | Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa

a. ¿Qué temperatura se registró en Lago Puelo a las 0 h?
b. ¿A qué hora se registró una temperatura de 7 °C?
c. ¿Cuál fue la temperatura máxima registrada y a qué hora?
d. ¿Cuál fue la temperatura mínima registrada y a qué hora?
e. ¿Es cierto que a las 8 h la temperatura fue de 14 °C? ¿Por qué?
f. Busquen dos momentos del día en los que la temperatura haya sido la misma. ¿Existen otros? ¿Cuáles?

8. Josefina está controlando los movimientos de su caja de ahorros. Al comenzar el año, tiene depositados $100.000. Observa que durante el primer trimestre del año sus ahorros aumentaron. Durante el segundo trimestre, sus ahorros decayeron por debajo del ahorro inicial y en el tercer trimestre no pudo ahorrar pero tampoco gastó su dinero. En el último trimestre del año, logró incrementar la cantidad de dinero de su cuenta.
Indiquen cuál de los siguientes gráficos puede representar los movimientos en la caja de ahorros de Josefina a lo largo del año. Expliquen por qué.

Gráfico 1

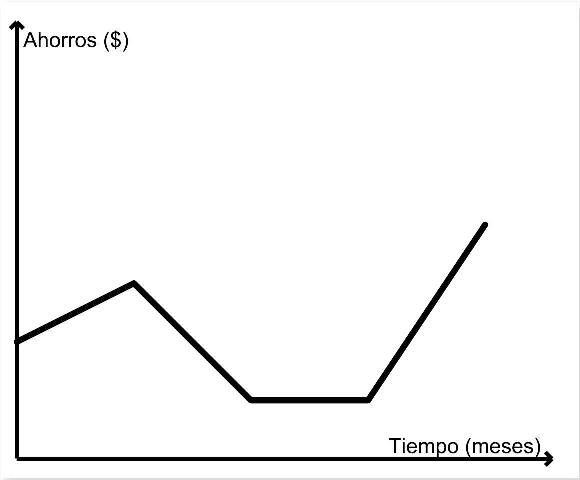


Gráfico 2

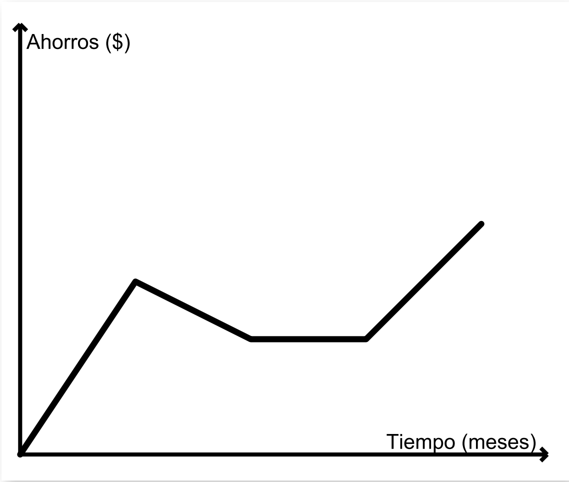


Gráfico 3

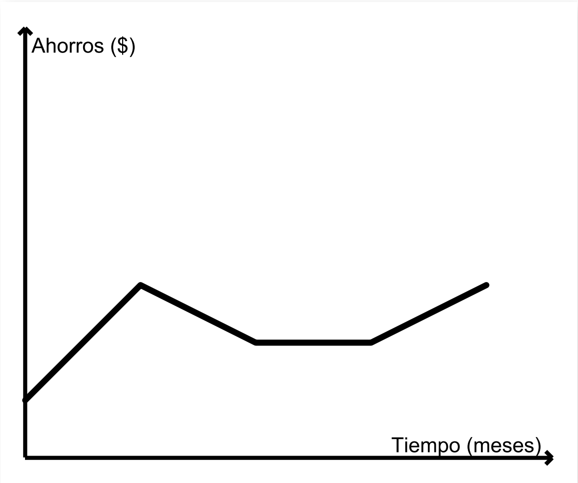
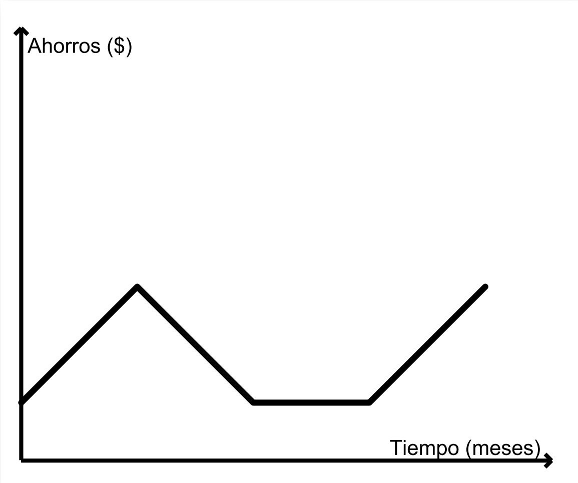


Gráfico 4

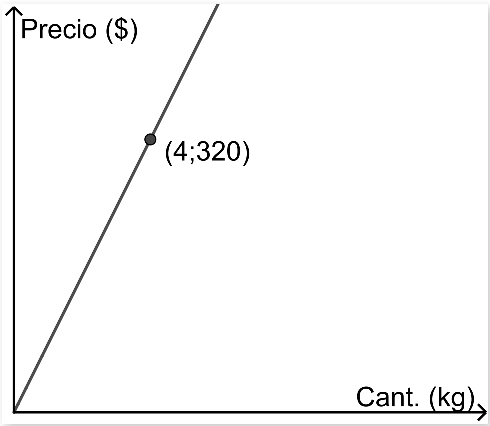


9. Hace unos años, cuatro grupos de estudiantes de tercer año tenían la tarea de averiguar el precio del azúcar para preparar unas tartas dulces para la feria del plato. Cada grupo fue a un almacén diferente y con toda la información recolectada armaron el siguiente resumen para pensar, con el resto de la clase, en cuál convenía comprar.

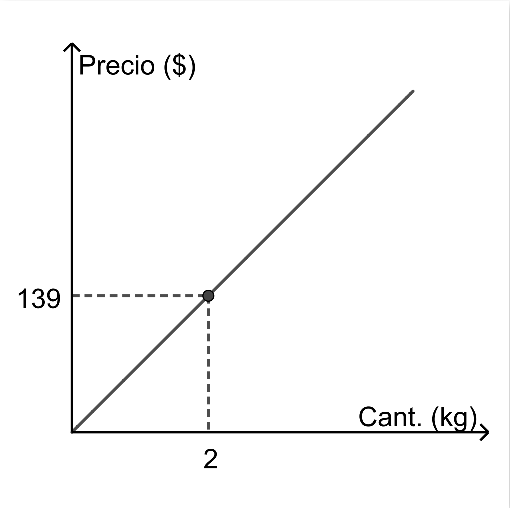
Grupo 1

Cant. (kg)	Precio ($)
1	62
2	124
3	186

Grupo 2



Grupo 3



Grupo 4

En el almacén a donde fuimos a averiguar, nos dijeron que los 5 kg cuestan $525 y que, si necesitábamos, podíamos comprar menos cantidad pero que el precio del kg siempre es el mismo.

- ¿En qué almacén consiguieron el precio más conveniente? ¿Por qué?

Actividades para seguir estudiando

¿Cómo leer e interpretar gráficos cartesianos?
(https://bit.ly/47XVXKw)

Parte II. Función de proporcionalidad directa

Relaciones de proporcionalidad directa: tablas y gráficos

Les proponemos trabajar con una situación de proporcionalidad directa similar a las que, seguramente, estudiaron en años anteriores. Posiblemente necesiten resolver algunas cuentas en hoja aparte. Si tienen una calculadora, pueden usarla para hacer las cuentas o controlar los resultados.

1. Maximiliano quiere hacer una limonada y encontró escrita una receta que indica mezclar 200 mililitros de jugo de limón y 800 mililitros de agua.

a. Si usa la misma receta, ¿cuánta agua necesita Maximiliano si quiere utilizar 400 mililitros de jugo de limón?

b. Ayuden a Maximiliano a completar la siguiente tabla con las cantidades que necesita de cada uno de los ingredientes.

Cantidad de jugo de limón (en mililitros)	100	200	300	600	
Cantidad de agua (en mililitros)		800			3.200

c. En un sistema de ejes cartesianos, realicen un gráfico que muestre la relación entre la cantidad de agua y la cantidad de jugo de limón (medidas en mililitros).

d. Ignacio dice que, para calcular la cantidad de agua, se puede multiplicar la cantidad de jugo de limón por cuatro. ¿Están de acuerdo? ¿Por qué?

Pistas para resolver esta actividad
(https://bit.ly/3OqLznP)

PARA RECORDAR

En las relaciones de proporcionalidad directa se cumple que:

- Si una de las variables se duplica, la otra también. Si una de las variables se triplica, la otra también. Si una de las variables se reduce a la mitad, la otra también, etc.
- Los gráficos que representan situaciones de proporcionalidad directa son puntos alineados que pertenecen a una recta que pasa por el origen de coordenadas, el punto (0;0).

En la actividad anterior las variables son *cantidad de jugo de limón* y *cantidad de agua*.

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación | Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa

Relaciones de proporcionalidad directa: constante de proporcionalidad y fórmula

Trabajarán, ahora, con otra situación de proporcionalidad directa para seguir profundizando en algunas características de estas relaciones. Posiblemente necesiten resolver algunas cuentas en hoja aparte. Si tienen una calculadora, pueden usarla para controlar los resultados.

1. En un depósito se almacenan latas embalándolas en cajas. Todas las cajas contienen la misma cantidad de latas.

a. Completen la siguiente tabla con las cantidades de latas y de cajas que faltan en cada casillero.

Cantidad de cajas (*c*)	5	15	20	25	
Cantidad total de latas (*L*)	75				600

b. ¿Cuántas latas se embalan en cada una de las cajas?

c. ¿Cuántas cajas se necesitan para embalar 555 latas?

d. Decidan cuál o cuáles de las siguientes fórmulas permiten calcular la cantidad de latas (representada con la letra *L*) que se pueden embalar en una determinada cantidad de cajas (representada con la letra *c*). Expliquen todas sus conclusiones.

1) $L = 75 \cdot c$

2) $L = 15 \cdot c$

3) $c = 15 \cdot L$

Pistas para resolver esta actividad
(https://bit.ly/3OqLznP)

2. Para realizar un dulce de frutillas, Jeremías encuentra una receta que dice que, por cada 500 g de frutillas, tiene que utilizar 250 g de azúcar. Como quiere saber cuánta azúcar va a necesitar para distintas cantidades de frutillas, arma la siguiente tabla con diferentes opciones.

Cantidad de frutillas (en gramos)	200	400	500	600
Cantidad de azúcar (en gramos)	100	200	250	300

Escriban una fórmula que sirva para calcular la cantidad de azúcar A (en gramos) necesaria, a partir de la cantidad de frutillas *f* (en gramos), si se utiliza la receta de Jeremías.

Pistas para resolver esta actividad
(https://bit.ly/3OqLznP)

PARA RECORDAR

En las relaciones de proporcionalidad directa:

- La constante de proporcionalidad directa (k) se obtiene con el cociente de una cantidad cualquiera de la segunda variable por la cantidad correspondiente de la primera variable.
  Por ejemplo, en la actividad 2, la constante se obtiene como
  $k = \frac{\text{cantidad de azúcar}}{\text{cantidad de frutillas}}$.
  Si se divide cada par de valores de la tabla, se obtiene que
  $k = \frac{300}{600} = \frac{250}{500} = \frac{200}{400} = \frac{100}{200} = 0{,}5$
- La constante de proporcionalidad directa es el número por el cual se puede multiplicar una cantidad de la primera variable para obtener la cantidad correspondiente de la otra variable.
- Las fórmulas que representan situaciones de proporcionalidad directa son del tipo $y = k \cdot x$, donde k es la constante de proporcionalidad.

En el caso de la actividad 2, se utilizó la letra f en lugar de la x (para representar la cantidad de frutillas) y la letra A en lugar de la letra y (para representar la cantidad de azúcar).

3. Completen las siguientes tablas de modo que cada una se corresponda con una relación de proporcionalidad directa.

a. La constante es $k = 3$.

x	3	8		
y			36	60

b. La constante es $k = 1{,}5$.

x	10	15		
y			30	46,5

Pistas para resolver esta actividad (https://bit.ly/3OqLznP)

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación | Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa

4. Decidan cuál o cuáles de las siguientes tablas pueden corresponder a una relación de proporcionalidad directa. Expliquen por qué.

Tabla 1	*x*	13	20	35
	y	26	40	70

Tabla 2	*x*	2	3	4
	y	8	12	15

Tabla 3	*x*	4	6	9
	y	6	9	13,5

Pistas para resolver esta actividad (https://bit.ly/3OqLznP)

PARA RECORDAR

En las relaciones de proporcionalidad directa se cumple que:

- Al dividir una cantidad de la segunda variable por su correspondiente de la primera variable se obtiene siempre el mismo valor. Este valor es la constante de proporcionalidad.
- Al doble de una cantidad le corresponde el doble de la otra, al triple el triple, a la mitad la mitad, etc.
- Es posible representarlas mediante gráficos cartesianos, tablas y fórmulas.
- Los gráficos son puntos alineados que pertenecen a una recta que pasa por el punto (0;0).

Actividades para seguir estudiando

¿Cuándo dos cantidades se relacionan en forma directamente proporcional? (https://bit.ly/3UuuqNA)

Parte III. Iniciación al estudio de la función lineal
De las tablas a las fórmulas

Las funciones lineales son aquellas que permiten describir y analizar situaciones de crecimiento o de decrecimiento uniforme. Es decir, situaciones en las que se relacionan dos variables y se cumple que, para aumentos o disminuciones iguales de la variable independiente, se obtienen variaciones iguales de la variable dependiente. Les proponemos resolver un problema que involucra una situación de crecimiento uniforme. En este caso, el modo en que se vinculan las dos variables (tiempo y volumen de agua) viene dado a través de una tabla.

1. Durante un incendio forestal de gran magnitud, los bomberos tuvieron que extraer agua de un río mediante el uso de una bomba. Esta permitió que el tanque de uno de los camiones se pudiera llenar a un ritmo constante y sin interrupciones. El bombero encargado de controlar el llenado del tanque tomó algunas mediciones y las registró en la siguiente tabla. Al momento de encender la bomba, un sensor había indicado que el tanque tenía algo de agua:

t	***V***
15	380
30	500
50	660
60	740

t: Tiempo desde que se encendió la bomba (en segundos).
V: Volumen de agua en el tanque (en litros).

a. ¿Cuántos litros de agua tenía el tanque a los 45 segundos de encender la bomba?
b. ¿Cuál fue el volumen de agua que tenía el tanque a los 31 segundos de encender la bomba?
c. ¿Cuántos litros de agua tenía el tanque cuando se encendió la bomba?
d. ¿Será posible armar una fórmula que permita calcular el volumen de agua según la cantidad de segundos que transcurrieron desde que se encendió la bomba? Si creen que sí, propongan una. Si les parece que no, expliquen por qué.

Pistas para resolver esta actividad
(https://bit.ly/3OqLznP)

PARA RECORDAR

Las **funciones lineales** son aquellas que se pueden representar mediante fórmulas del tipo $y = m \cdot x + b$ o $(x) = m \cdot x + b$, donde m y b son números cualesquiera, x es la variable independiente e y la variable dependiente.

Tengan en cuenta que en la actividad anterior llamamos t a la variable independiente y V a la variable dependiente.

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación | Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa

El uso de fórmulas para representar funciones lineales

Anteriormente, trabajaron con un problema de crecimiento lineal donde la información se presentaba en una tabla de valores. Ahora les proponemos resolver dos problemas en los cuales se presenta una fórmula que permite calcular el sueldo de un vendedor de fundas de celulares en función de la cantidad de fundas que vende en el mes.

1. Ramiro comenzó a trabajar, en el año 2016, en un comercio que se dedica exclusivamente a la venta de fundas para celulares. El sueldo de los vendedores se compone de un importe fijo y una comisión por cada funda que logran vender.
Para calcular el sueldo mensual de cada empleado, la dueña del local utilizaba la siguiente fórmula: $s = 6 \cdot c + 9.000$, donde s representaba el sueldo y c la cantidad de fundas que el empleado había vendido durante el mes.

a. Completen la siguiente tabla con los posibles valores podría haber tomado el sueldo de Ramiro según la cantidad de fundas que logró vender en el mes.

Cantidad de fundas vendidas	Sueldo
200	
250	
300	
343	
496	

b. ¿Cuánto dinero le pagaban como importe fijo? ¿Cuánto dinero le pagaban de comisión por cada funda que había vendido?

c. ¿Cuántas fundas tendría que haber vendido Ramiro para cobrar un sueldo de $9.480?

d. ¿Cuántas fundas vendió otro empleado que cobró un sueldo de $11.322?

Pistas para resolver esta actividad (https://bit.ly/3OqLznP)

2. En el mismo año, otro negocio de venta de accesorios para celulares ofrecía a sus vendedores un importe fijo de $8.500 y una comisión de $12 por cada funda vendida. ¿Cuál o cuáles de estas fórmulas permiten calcular el sueldo de cada empleado en función de la cantidad de fundas que se vendieron?

a. $s = 12 + 8.500 \cdot c$

b. $s = 8.500 + 12 \cdot c$

c. $s = 8.500 + 12$

d. $s = 12 \cdot c + 8.500$

e. $s = 8.500 \cdot c$

f. $s = 12 \cdot c$

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación | Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa

PARA RECORDAR

Las situaciones que estudiamos en estas actividades se pueden representar mediante fórmulas del tipo $y = m \cdot x + b$.

- m indica cuánto varía y cuando x aumenta 1 unidad.
- b indica qué valor toma la variable y cuando la variable x vale 0.
- Las fórmulas son una forma de representar las funciones y permiten obtener el valor de y que corresponde a cada valor de x.

Tengan en cuenta que en las dos actividades anteriores llamamos c a la variable independiente y s a la variable dependiente.

Las funciones lineales como modelos de situaciones de variación uniforme

A continuación les proponemos resolver algunas actividades que involucran situaciones de crecimiento y de decrecimiento uniforme.

1. Abril vende artículos por internet y contrata la empresa La Liebre para hacer envíos al interior. La empresa ofrece la siguiente promoción:
El costo del traslado queda a cargo del comprador.

a. Abril tiene que enviar un pedido a Chascomús, que queda a 85 km de su empresa. ¿Cuánto debe abonar el cliente para el servicio de traslado?
b. Si tiene que enviar un pedido a 350 km de su empresa. ¿Cuánto debe abonar el cliente para el servicio de traslado?
c. Si un cliente debe abonar $23.700 por el servicio de traslado, ¿a qué distancia de la empresa de Abril se encuentra?

2. Helena tiene una pileta que se llena con una bomba de agua siempre al mismo ritmo. El sábado estuvo controlando el funcionamiento de la bomba y, para ello, registró en una tabla el volumen de agua que contenía la pileta en ciertos momentos. Cuando se encendió la bomba, la pileta ya contenía algo de agua.

t	20	40	60	90	120
V	390	690		1.440	1.890

t: tiempo desde que se encendió la bomba (minutos)
V: volumen de agua en la pileta (litros)

a. ¿Cuántos litros de agua tuvo la pileta una hora después de encender la bomba?
b. ¿Cuántos litros de agua tenía la pileta cuando se encendió la bomba?
c. ¿Cuántos litros de agua vierte la bomba por minuto?
d. Si la pileta tiene una capacidad máxima de 6090 litros, ¿cuánto tiempo estuvo encendida la bomba para llenarla por completo?

e. Indiquen cuál o cuáles de las siguientes fórmulas les permiten calcular el volumen de agua en la pileta (en litros) en función del tiempo (en minutos) desde que se encendió la bomba.

- $V = 15\ t + 390$
- $V = 15\ t$
- $V = 90 + 15\ t$
- $V = 15 + 90\ t$

PARA RECORDAR

En las actividades anteriores se estudian situaciones que muestran cómo varía una cantidad en relación con otra. A cada una de estas cantidades se las llama **variables**. Por ejemplo:

- La **Actividad 1** involucra las variables precio (en $) y distancia (en kilómetros).
- La **Actividad 2** involucra las variables volumen de agua en la pileta (en litros) y tiempo desde que se encendió la bomba (en minutos).

En estas situaciones, una de las variables depende de la otra, por eso reciben el nombre de **variable dependiente** y **variable independiente**. Por ejemplo:

- En la Actividad 1, el precio es la **variable dependiente** porque varía en función de los kilómetros recorridos, **variable independiente**.
- En la Actividad 2, el volumen de agua en la pileta es la **variable dependiente** porque varía en función del tiempo transcurrido desde que se encendió la bomba, **variable independiente**.

El uso de gráficos para representar funciones lineales

Previamente, estuvieron analizando problemas de **crecimiento uniforme**. Ahora les proponemos resolver un problema que plantea una situación de **decrecimiento uniforme**, en el que será necesario que completen una tabla y construyan un gráfico.

1. En la casa de Martina quieren cambiar el termotanque y necesitan vaciarlo. En el momento en que se abren las canillas para descargarlo, estaba lleno con 100 litros de agua. Se sabe que el agua sale a un ritmo constante y que cada 15 minutos se extraen 20 litros.

a. Completen la tabla que relaciona el volumen de agua en el termotanque (V), medido en litros, con el tiempo transcurrido desde el momento en que se comienza a vaciar (t), medido en minutos.

t	0	15	30		60
V				40	

b. En un sistema de ejes cartesianos, confeccionen un gráfico que represente el volumen de agua que hay en el termotanque (en litros) en función del tiempo transcurrido desde que se empieza a vaciar (en minutos).

c. ¿Cuánto tiempo tardará en vaciarse el termotanque? ¿Es posible averiguarlo a partir del gráfico?

Pistas para resolver esta actividad (https://bit.ly/3OqLznP)

PARA RECORDAR

- Las situaciones de variación uniforme (crecimiento uniforme o decrecimiento uniforme) se pueden estudiar mediante funciones lineales.
- Las funciones lineales se pueden representar mediante fórmulas, tablas y gráficos.
- Las funciones lineales son las que se pueden representar con fórmulas del tipo $y = m \cdot x + b$.
- Los gráficos que representan funciones lineales son rectas.

2. En un laboratorio se realizó un experimento para estudiar la variación de la temperatura de una sustancia sometida a una fuente de calor. La siguiente fórmula representa la temperatura G (medida en °C) de la sustancia en función del tiempo *t* (medido en minutos) desde que se inicia el experimento:

$$G = 4 \cdot t + 12$$

a. ¿Cuál fue la temperatura de la sustancia al comenzar el experimento?

b. ¿Cuánto aumentó la temperatura por minuto?

c. ¿Cuál fue la temperatura de la sustancia luego de transcurridos 10 minutos?

d. ¿Cuánto tiempo transcurrió para que la sustancia alcance una temperatura de 72 °C?

e. Confeccionen un gráfico que represente la variación de la temperatura (en °C) de la sustancia en función del tiempo transcurrido (en minutos).

f. Señalen, en el gráfico que realizaron, el punto que indica la temperatura de la sustancia al comenzar el experimento.

g. ¿Cómo es posible identificar en el gráfico el aumento de la temperatura de la sustancia en cada minuto?

La recta como representación gráfica de una función lineal

A continuación les proponemos hacer una revisión de la relación que existe entre las fórmulas y los gráficos de las funciones lineales, poniendo el foco en el significado de la pendiente y de la ordenada al origen.

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación | Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa

1. Realicen el gráfico de las siguientes funciones lineales.

a. $f(x) = 4x–1$ **b.** $h(x) = 2x+1$ **c.** $g(x) = –3x+2$

Pistas para resolver esta actividad (https://bit.ly/3OqLznP)

PARA TENER EN CUENTA

- Dos puntos son suficientes para poder trazar una *recta*.
- Es posible utilizar la letra y en lugar de $h(x)$, $f(x)$ o $g(x)$. En ese caso, por ejemplo, la primera fórmula de la actividad anterior sería: $y = 4x – 1$.

2. Decidan cuál es el gráfico que corresponde a cada función.

a. $f(x) = 2x + 3$ **b.** $g(x) = –2x + 3$ **c.** $h(x) =2x – 3$ **d.** $i(x) = –2x – 3$

Gráfico 1

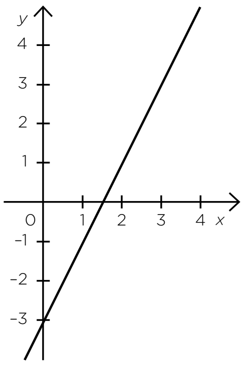


Gráfico 2

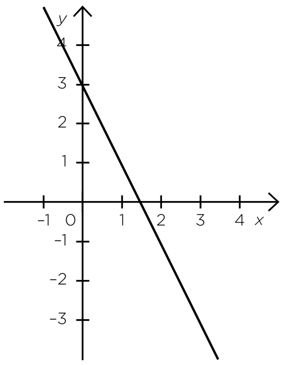


Gráfico 3

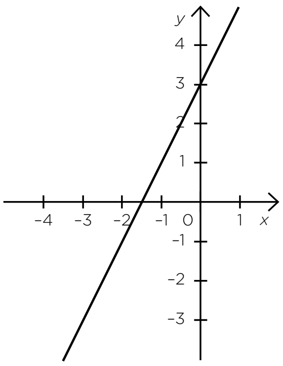
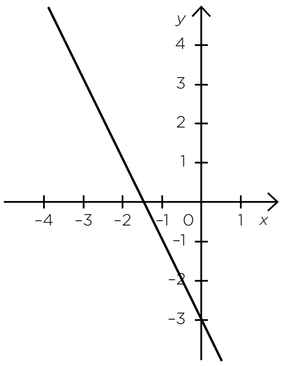
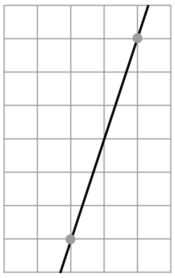


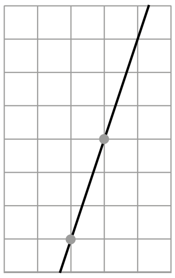
Gráfico 4

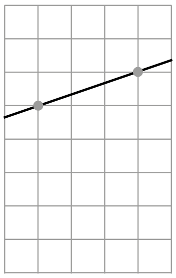


Pistas para resolver esta actividad (https://bit.ly/3OqLznP)

3. A continuación, se muestran fragmentos de distintas rectas. En todos los gráficos la cuadrícula tiene una escala de una unidad por una unidad.







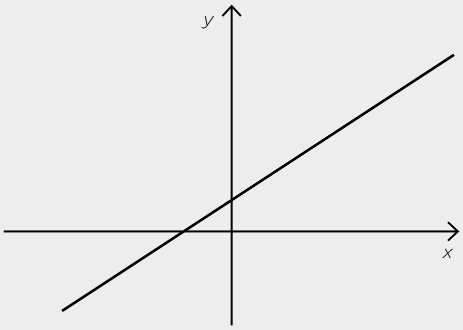
Indiquen cuál o cuáles de estos gráficos pueden representar a una función lineal con pendiente $m = 3$.

PARA RECORDAR

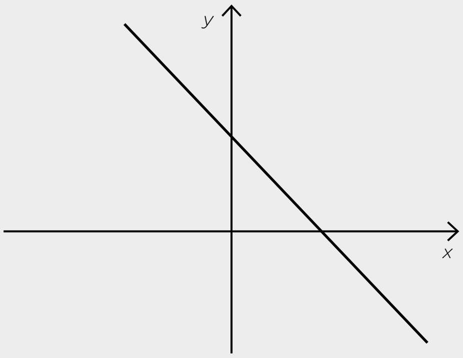
- Los gráficos de las funciones lineales son rectas.
- Las funciones lineales se pueden representar con fórmulas del tipo $f(x) = m \cdot x + b$.
  → m es la pendiente e indica cuánto varía y cuando x aumenta 1 unidad.
  → b es la ordenada al origen e indica qué valor toma la variable y cuando la variable x vale 0. En el gráfico, b es el valor en el que la recta corta al eje y.

En las funciones del tipo $f(x) = mx + b$

- Si m es positiva, la función es creciente.



- Si m es negativa, la función es decreciente.

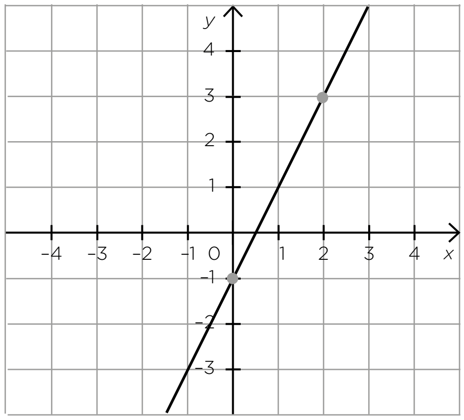


- El punto $(0;b)$ es la intersección del gráfico de la función con el eje y.

Reconstrucción de la fórmula de una función lineal a partir de ciertos elementos

Seguirán trabajando con los gráficos de las funciones lineales. Aquí les proponemos varias actividades en las que tendrán que determinar la fórmula de una función lineal a partir de cierta información, por ejemplo: dos puntos que pertenecen a su gráfico o el valor de su pendiente y las coordenadas de algunos de sus puntos.

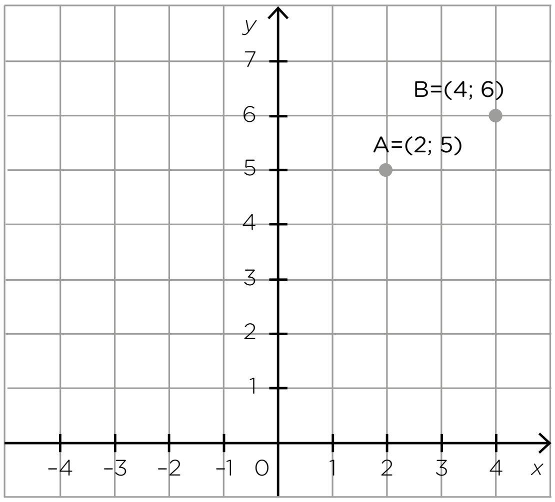
1. Hallen la fórmula de la función representada en el siguiente gráfico.



Pistas para resolver esta actividad (https://bit.ly/3OqLznP)

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación | Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa

2. a. Los puntos A y B pertenecen al gráfico de una función lineal. ¿Cuál puede ser la fórmula de esta función?



Pistas para resolver esta actividad
(https://bit.ly/3OqLznP)

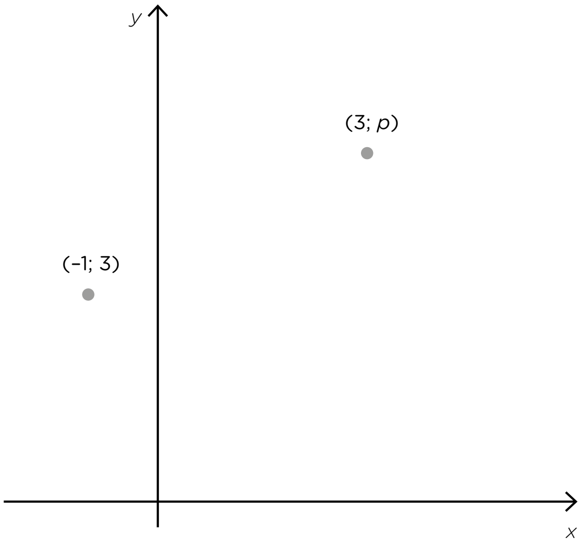
b. El gráfico de una función lineal contiene a los puntos (2;3) y (4;1). ¿Cuál es su fórmula?

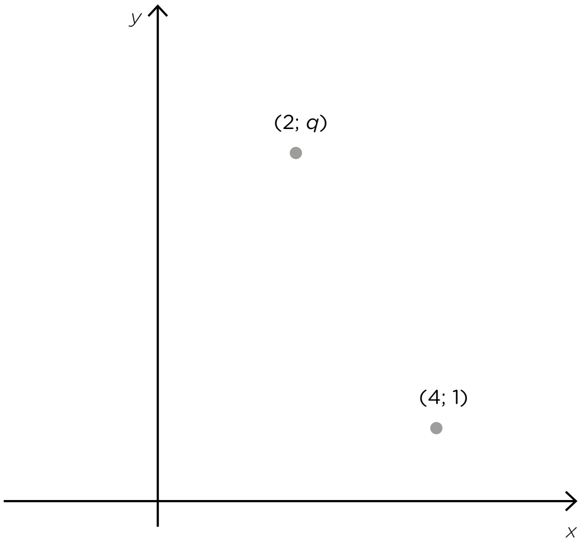
3. El gráfico de la función $f(x) = -4x + b$ contiene el punto (–2;–1). ¿Cuál es el valor de b?

Pistas para resolver esta actividad
(https://bit.ly/3OqLznP)

4. a. Los dos puntos que se muestran en el gráfico pertenecen a una recta de pendiente $m = \frac{1}{2}$. Hallen el valor de p y la fórmula de la función lineal cuyo gráfico contiene a esos puntos.

b. Los dos puntos que se muestran en el gráfico pertenecen a una recta de pendiente $m = -2$. Hallen el valor de q y la fórmula de la función lineal cuyo gráfico contiene a esos puntos.





PARA RECORDAR

- A partir de conocer dos puntos que pertenecen a una recta, es posible encontrar una fórmula de la función lineal asociada a ella.
- En las funciones lineales, la variación es uniforme. Por ejemplo, si la pendiente es 3, sabemos que por cada aumento de 1 unidad en x, la variable y aumenta 3 unidades; por cada aumento de 2 unidades en x, la variable y aumenta 6 unidades, etc.
- Las rectas también se pueden estudiar "en sí mismas". En ese caso, a las fórmulas que las representan se las llama **ecuación de la recta**. Tal como estudiamos en las funciones lineales, las ecuaciones de las rectas son del tipo $y = m \cdot x + b$, donde m es la pendiente y b es el valor en el que la recta corta el eje y.

De las funciones lineales a las ecuaciones

Anteriormente, estudiaron las funciones lineales y como ya se ha mencionado, estas funciones son las que se pueden representar mediante fórmulas del tipo $f(x) = mx + b$. Ahora les proponemos retomar este trabajo con las funciones y las ecuaciones lineales.

1. Se realizó un experimento en dos etapas. La primera etapa consistió en estudiar los valores que tomaba la temperatura de una sustancia al ser sometida a una fuente de calor.
A partir de los datos obtenidos, se llegó a la conclusión de que la fórmula $f(x) = 2x + 27$ se puede utilizar para calcular la temperatura (en °C) que alcanzó la sustancia, donde x representa la cantidad de minutos que transcurrieron desde el inicio del experimento.
   a. La primera etapa finalizó a los 12 minutos, ¿cuál fue la temperatura que alcanzó la sustancia en ese momento?
   b. Averigüen cuántos minutos transcurrieron desde el inicio del experimento hasta que la sustancia alcanzó cada una de las siguientes temperaturas:
   29 °C 37 °C 30 °C 40 °C

2. En la segunda etapa del experimento, se quitó la fuente de calor y la temperatura de la sustancia empezó a descender. Ahora, la fórmula que permite calcular dicha temperatura (en °C) en función del tiempo transcurrido (en minutos) desde el inicio de esta etapa es: $f(x) = -3x + 51$.
Averigüen cuántos minutos transcurrieron desde que comenzó la segunda etapa del experimento hasta que la sustancia alcanzó cada una de las siguientes temperaturas:
51 °C 48 °C 21 °C 13,5 °C

PARA RECORDAR

- Las ecuaciones asociadas a las funciones lineales se llaman ecuaciones lineales.
- Resolver una ecuación significa hallar, si existen, todos los valores de la variable que hacen que la igualdad sea verdadera.
- Los valores de la variable que hacen verdadera la igualdad son las soluciones de la ecuación. Por ejemplo, x=5 es solución de la ecuación $2x + 27 = 37$, ya que $2 \cdot 5 + 27 = 37 \rightarrow 37 = 37$. Esto no ocurre con otros valores de la variable. Por ejemplo, $x = 2$ no es solución de la ecuación porque al reemplazar x por 2 se obtiene $2 \cdot 2 + 27$, que da como resultado 31 y no 37, es decir, se llega a una igualdad falsa: $31 = 37$.

Las ecuaciones lineales

En las actividades que les presentamos a continuación, usamos la letra x para representar a la variable. Sin embargo, es probable que anteriormente hayan usado diferentes letras para esto.

1. Para cada una de las siguientes ecuaciones, indiquen si $x = 5$ es o no solución.

a. $3x + 12 = 27$ **b.** $-2x + 8 = x - 3$ **c.** $8 - 6x = -12 - 2x$

2. Para cada una de las siguientes ecuaciones, indiquen si $x = -2$ es o no solución.

a. $2x + 1 = -3$ **c.** $1 - 6x = x - 9$

b. $-3 + x = x - 6$ **d.** $2(x + 5) = 6$

Pistas para resolver esta actividad
(https://bit.ly/3OqLznP)

3. En cada caso, encuentren el valor por el que se debe reemplazar a x para que se cumpla la igualdad.

a. $3x = 81$ **e.** $x + 32 = 0$

b. $x - 19 = 27$ **f.** $4(x + 2) = 40$

c. $25x = 0$ **g.** $-2(x + 5) = 0$

d. $-20 = 4x$

Pistas para resolver esta actividad
(https://bit.ly/3OqLznP)

PARA RECORDAR

- Para resolver una ecuación lineal (y en general cualquier ecuación) se pueden usar diferentes estrategias. Algunas de ellas son:
  — Probar reemplazando a la variable por distintos valores hasta encontrar, si existen, todos los valores que hacen que se cumpla la igualdad. Recuerden que si ya encontraron una solución, tienen que asegurarse de que no haya otras.
  — Encontrar, si existen, todos los valores de la variable que sean solución

de la ecuación teniendo en cuenta las operaciones involucradas. Por ejemplo: para resolver la ecuación $10\ (x - 3) = 20$, la expresión $(x - 3)$ debe ser igual a 2. Por lo tanto, $x = 5$ es la única solución.

— Usar técnicas para “despejar la variable” y encontrar, si existen, todos los valores de la variable para que se cumpla la igualdad.

Estrategias para resolver ecuaciones

Les proponemos dos actividades en las que tendrán que analizar distintas estrategias para la resolución de ecuaciones lineales.

1. Para resolver la ecuación $5x + 12 = 3x + 5x$, Lisandro usó la siguiente estrategia:

> Como $5x$ está de los lados de la igualdad, al reemplazar x por cualquier valor, el resultado de esa parte de la cuenta va a dar lo mismo de los dos lados. Entonces, para que se cumpla la igualdad, 12 tiene que ser igual a $3x$. Es decir: $12 = 3x$. Por lo tanto $x = 4$.

a. Indiquen si el valor de x que obtuvo Lisandro es o no solución de la ecuación.

b. Usen la estrategia de Lisandro para resolver las siguientes ecuaciones.

1. $3x + 2x = 2x + 9$

2. $-21 + 4x = 7x + 4x$

3. $16 + 6x = 6x - 8x$

4. $2x + 4x = 4x + 3$

2. Para resolver la ecuación $5x + 17 = 2x + 20$, Lucía usó una estrategia parecida a la de Lisandro:

> La ecuación $5x + 17 = 2x + 20$ se puede escribir como $3x + 2x + 17 = 2x + 17 + 3$.
>
> Ahora, como $2x$ y 17 están de los dos lados de la igualdad, uso la estrategia de Lisandro y me queda que $3x = 3$. Entonces $x = 1$.

a. Indiquen si el valor de x que obtuvo Lucía es o no solución de la ecuación.

b. Usen la estrategia de Lucía para resolver las siguientes ecuaciones.

1. $4x + 12 = 2x + 20$

2. $5x + 12 = 3x + 17$

3. $6x + 4 = 2x + 4$

4. $3x - 2 = 2x - 5$

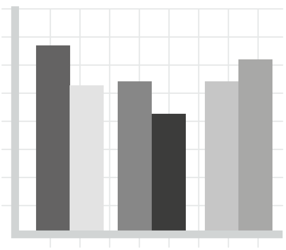
Revisamos lo que aprendimos

¿Qué características tienen las funciones que crecen linealmente?
https://bit.ly/3HDPBVY

Estadística

La estadística es una parte de la matemática a través de la cual es posible describir y analizar datos asociados a los más diversos escenarios o contextos. Por ejemplo, cuando se quiere conocer el impacto o los resultados de un fenómeno sobre un determinado grupo de individuos, sean personas o no, se llevan a cabo estudios estadísticos.

La estadística constituye una poderosa herramienta para la toma de decisiones que repercuten en casi todos los aspectos de nuestra vida. Para ir aproximándonos a las nociones propias de esta área de estudio, les proponemos que resuelvan y analicen diversas situaciones.



1. Pablo debe llevar a la escuela un ejemplo de una situación que eventualmente pueda estudiarse desde el punto de vista de la estadística. Como idea, se le ocurre que podría resultar interesante hacer una encuesta sobre la elección de la carrera que los/as estudiantes de 5.º año de su ciudad tienen pensado seguir al finalizar los estudios secundarios.

a. Describan la población en estudio.

b. Describan una posible muestra. ¿Es única?

c. ¿Cuál es la variable de interés en esta situación?

PARA RECORDAR

Suponé que se quiere estudiar una o más características en un determinado conjunto de elementos. En tal caso, el conjunto total sobre el que se realizarán las observaciones de dichas características recibe el nombre de **población**. Por ejemplo, en la **Actividad 1**, la población es el conjunto de estudiantes de 5.º año de la ciudad.

A las características de interés, por su parte, se las denomina **variables**. Cuando el estudio se realiza sobre algunos de los elementos, sin llegar a ser todos, se tiene una **muestra**. Observá que la muestra es, por lo tanto, un subconjunto de la población. Por ejemplo, en la **Actividad 1**, la muestra puede estar formada por estudiantes de 5.º año de la escuela de Pablo. Y la variable de estudio es la carrera que elegirá cada estudiante.

En términos estadísticos, a la cantidad total de elementos de la muestra se la llama **tamaño** de la muestra y a cada elemento, **individuo**. Cuando se estudian todos y cada uno de los elementos de la población, el estudio recibe el nombre de **censo**.

El Instituto Nacional de Estadística y Censos –INDEC– realiza periódicamente, por ejemplo, censos para registrar las características básicas sobre población y vivienda, actividad económica y agropecuaria de nuestro país.

Pueden investigar, en su sitio web oficial, distinta información sobre la población de la República Argentina obtenida a partir de los censos realizados.

2. En la escuela de Luli querían saber cuáles son las actividades extraescolares preferidas por los/as estudiantes para diseñar una jornada recreativa que involucre a todos los cursos. Para ello, y con el fin de contar con información, Luli realizó, junto a una amiga, una encuesta a estudiantes de diferentes años. La información que obtuvieron se muestra en la siguiente tabla:

Actividad extraescolar	Danza	Deporte	Idioma	Música	Artes plásticas	Teatro	**Total**
Número de estudiantes	10	37	26	9	12	6	100

a. La situación descripta, ¿corresponde a un censo? ¿Por qué?
b. ¿Cuál es la población de estudio?
c. ¿Cuál es la muestra de estudio? ¿Y el tamaño de la muestra?
d. ¿Cuál es la variable en estudio?
e. ¿Cuál es la actividad extraescolar más practicada? ¿Y la menos practicada?
f. Propongan una pregunta que se pueda contestar a partir de la información que les brinda la tabla.

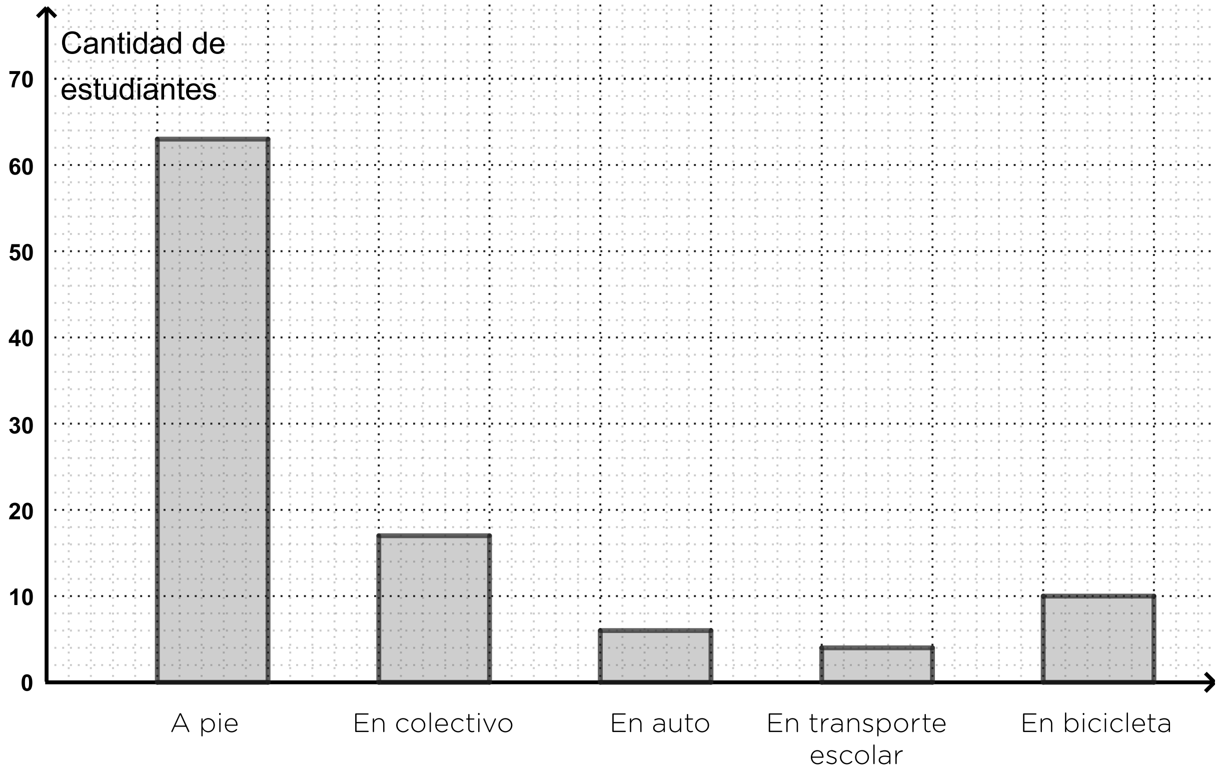
3. Marcela, la bibliotecaria de la escuela, quiere armar una tabla para presentar la cantidad de libros que leyeron los/as estudiantes durante el primer semestre y esta es la información que reunió.

Enero: 45 libros   Febrero: 62 libros   Marzo: 36 libros

Abril: 28 libros   Mayo: 25 libros   Junio: 30 libros

a. Organicen la información en una tabla.
b. ¿En qué mes se leyeron más libros?
c. Si quisieran ponerle un título a la tabla, ¿cuál le pondrían?

4. En el curso de Benjamín querían saber la manera en la que los/as compañeros/as se desplazan hacia la escuela. Para ello decidieron realizar una encuesta pero, como anticiparon que no tendrían tiempo suficiente para preguntar al total de los/as estudiantes, eligieron 100 compañeros/as para realizarla. La información que obtuvieron la representaron de la siguiente manera:



a. ¿Cuál es la población de estudio?

b. ¿Cuál es la muestra de estudio? ¿Y el tamaño de la muestra?

c. ¿Cuál es la variable en estudio?

d. ¿Cuál es la manera menos utilizada para llegar a la escuela?

e. ¿Es posible determinar exactamente la cantidad de estudiantes que viajan en colectivo? ¿Por qué? ¿Y en bicicleta?

f. ¿Es mayor la cantidad de estudiantes que utilizan algún vehículo para ir a la escuela que los que se dirigen a pie? ¿Cómo se dieron cuenta?

PARA RECORDAR

El **diagrama de barras** es una de las posibles gráficas que se emplea para representar la distribución de una variable. En el **eje horizontal** se representan las **categorías de la variable** (en la **Actividad 4**: A pie, En colectivo, En auto, En transporte escolar, En bicicleta) y en el **eje vertical**, se representa la **frecuencia absoluta** (en este caso, la cantidad de estudiantes que utiliza cada modo de traslado).

Para representar la frecuencia absoluta de cada categoría de la variable, se utilizan rectángulos de igual base, conservando la misma distancia entre ellos.

5. Manuela desea determinar qué tipo de mecanismo prefieren los/as alumnos/as en la elección de un/a candidato/a para la presidencia del centro de estudiantes: el voto presencial o el voto electrónico. Aplicó entonces una encuesta en dos aulas de la escuela del turno mañana, a 71 personas, y encontró que 13 no votaron, 45 prefirieron el voto electrónico y el resto, el voto presencial.

a. ¿Cuál es la población de estudio?

b. ¿Cuál es la muestra de estudio y su tamaño?

c. ¿Cuál es la variable en estudio?

d. Juan realizó la misma encuesta en dos aulas del turno tarde. Los datos que obtuvo los organizó en la siguiente tabla:

Tipo de mecanismo	Cantidad de estudiantes
Voto electrónico	20
Voto presencial	34
Total	54

- ¿Qué cantidad de estudiantes elige el voto presencial? Esta cantidad, ¿es mayor que en el turno mañana?

e. Realicen un diagrama de barras que refleje los datos de ambas encuestas.

6. Busquen en diversas fuentes (medios de comunicación o sitios web, por ejemplo) información que haya sido presentada a través de recursos estadísticos. Por ejemplo, pueden ser datos sobre vacunación, historiales de resultados de partidos de fútbol entre dos equipos determinados, etc.

Elijan dos de los recursos seleccionados y respondan, para cada uno de ellos, las siguientes preguntas:

a. ¿Se consideran poblaciones o muestras?

b. ¿Qué se intenta describir?

c. ¿Cuáles son las variables de interés?

d. ¿Qué tipos de representaciones se emplean? ¿Se emplean tablas o gráficas? Si son gráficas, ¿de qué tipo son?

7. En el curso de Luli están organizando el picnic de la primavera para los/as estudiantes de primero y de segundo año. Luli preguntó a cada chico y chica sobre

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación | Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa

su preferencia en cuanto a la bebida. A continuación se muestra cómo registró los datos que reunió. Cada rayita representa a un/a estudiante. Por ejemplo, en el grupo de primer año, 29 estudiantes eligieron la bebida cola.

1.° año	Naranja	~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ///
	Cola	~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ////
	Agua con gas	~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ //
	Agua sin gas	~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ////
	Limón	~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ //
	Manzana	~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~
2.° año	Naranja	~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ///
	Cola	~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ //
	Agua con gas	~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ /
	Agua sin gas	~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ //
	Limón	~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~
	Manzana	~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ //

a. ¿Cuál es la variable analizada? Representen la información registrada por Luli en una tabla.

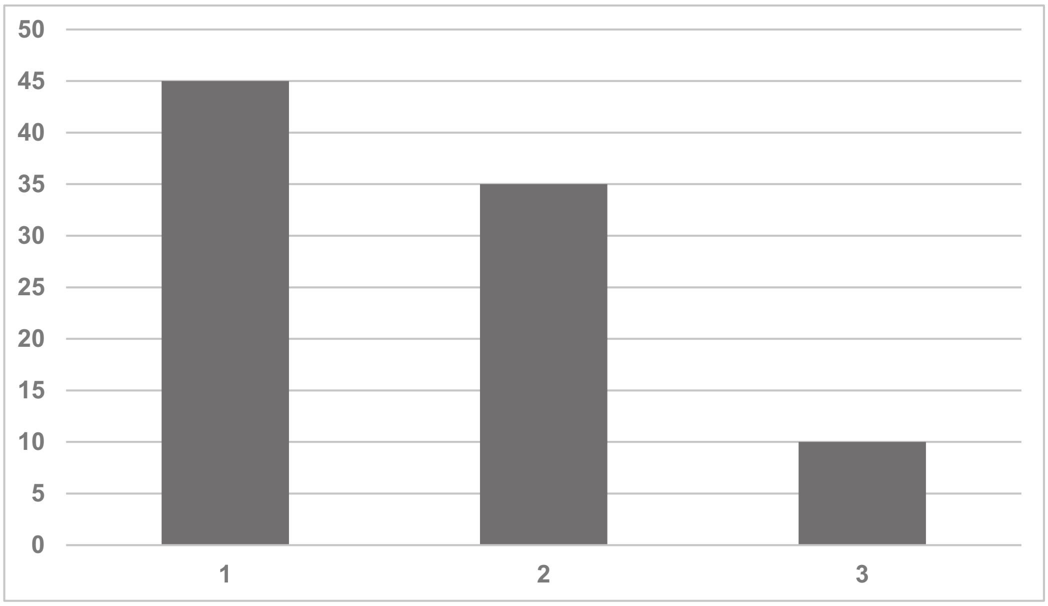
b. Considerando que cada estudiante eligió una única bebida, ¿cuál es el total de estudiantes de primer año que participó en la votación? ¿Y de segundo?

c. Indiquen cuál es la bebida preferida entre estudiantes de primero y cuál entre estudiantes de segundo.

d. Teniendo en cuenta el total de estudiantes de ambos años, ¿cuál es la bebida más elegida? ¿Hay algún cambio con respecto a lo que indicaron en la consigna **c.**?

e. ¿En cuál de los dos registros (tabla que realizaron en la consigna **a.** o la recolección de Luli) resulta más fácil o sencilla la lectura de los datos? ¿Por qué?

8. En la escuela de Gerardo realizaron una encuesta para saber cuántas actividades extraescolares practican los/as estudiantes durante la semana. Volcaron la información que obtuvieron en el siguiente diagrama de barras:



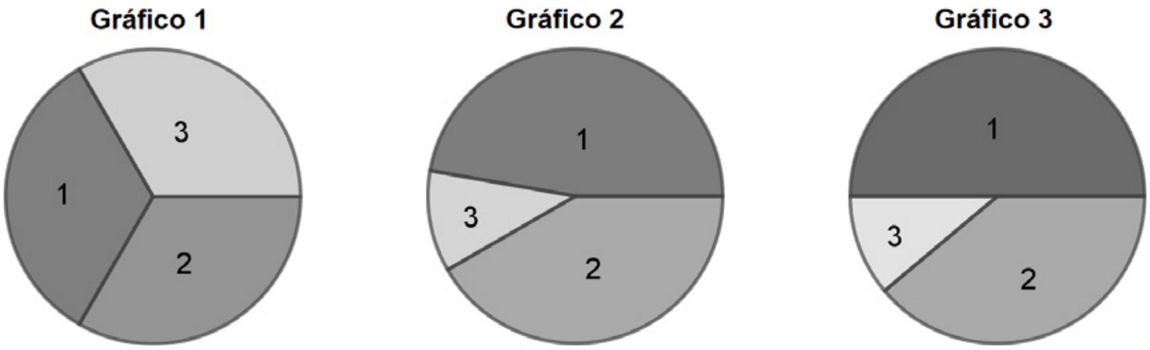
a. Indiquen cuál es la variable en estudio.

b. ¿Cuántos estudiantes realizan solamente dos actividades extraescolares?

c. ¿Qué cantidad de estudiantes fueron encuestados?

d. ¿Qué porcentaje representa la cantidad de estudiantes que realiza solamente una actividad? Expliquen cómo lo calcularon.

e. Las siguientes gráficas reciben el nombre de diagramas circulares. Indiquen cuál de ellas puede corresponderse con esta situación. Expliquen por qué descartan las demás.



9. En la escuela de Florencia, en 7.º grado, están organizando la fiesta de la primavera con una kermés. Quieren saber cuáles son las actividades extraescolares preferidas por el curso para decidir cuáles serán los juegos que organizarán. Para ello, realizaron una encuesta y organizaron la información en la siguiente tabla:

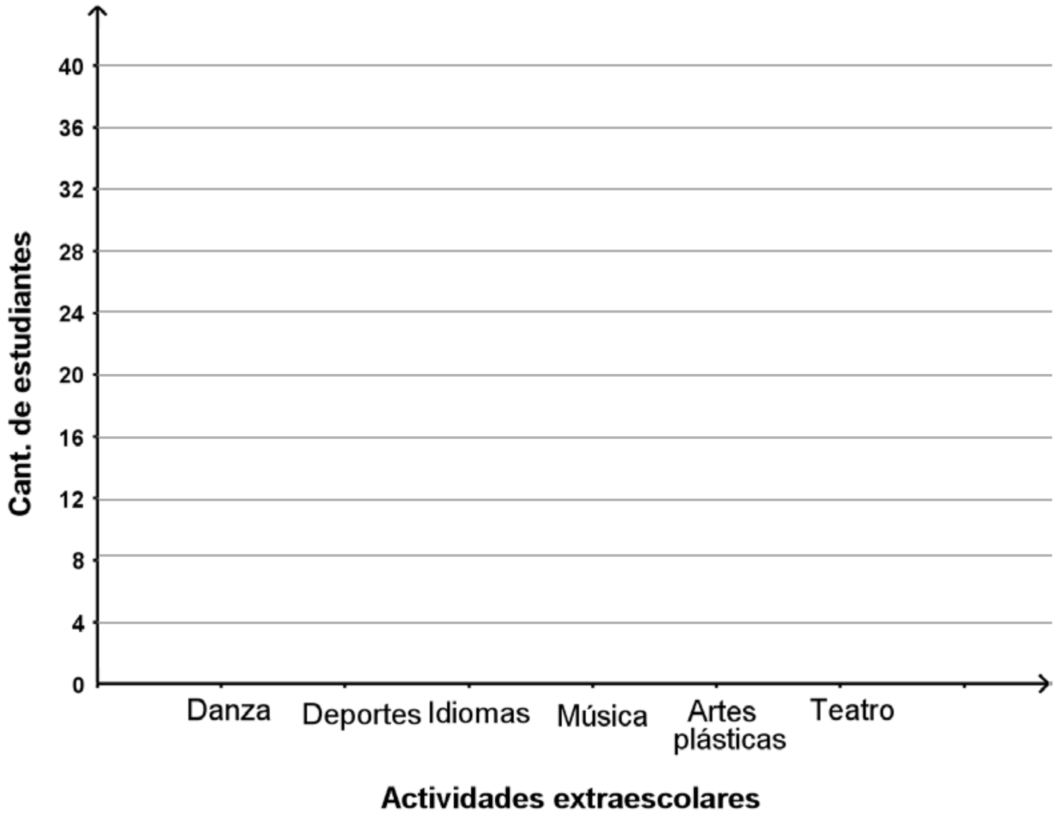
Actividad extraescolar	Danzas	Deportes	Idiomas	Música	Artes plásticas	Teatro	Total
Número de estudiantes	10	37	26	9	12	6	

a. ¿Qué cantidad de estudiantes practican idioma?

b. ¿Cuál es la actividad más practicada?

c. ¿Qué cantidad de estudiantes fueron encuestados?

d. A continuación, representen la información de la tabla en un diagrama de barras.



e. Observen la representación de los datos en la tabla dada y en el diagrama que realizaron y respondan:

- ¿En cuál de las dos representaciones les resulta más sencillo comparar los datos? Expliquen por qué.
- ¿Cómo encuentran en la tabla cuál es la actividad extraescolar menos elegida? ¿Y en el diagrama?

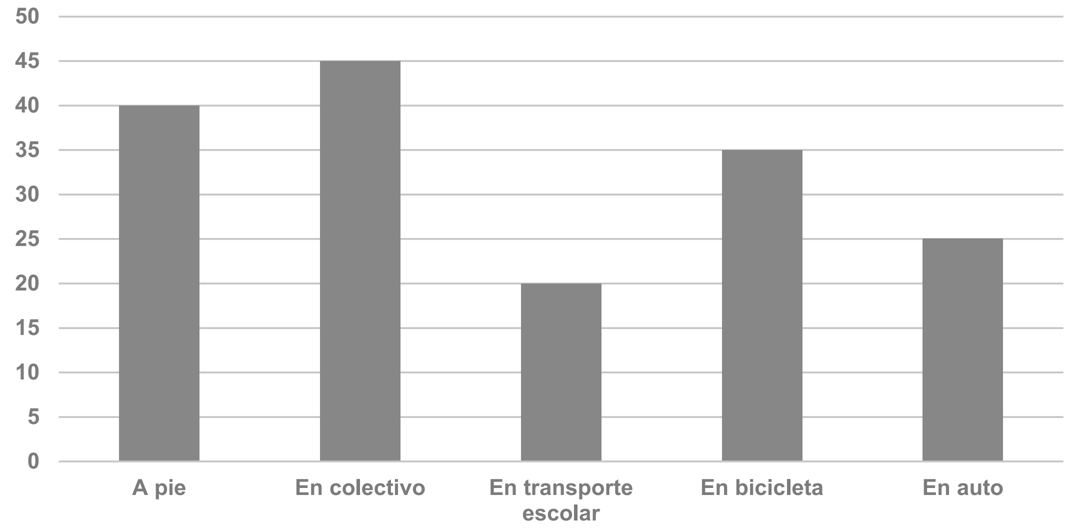
PARA RECORDAR

Los datos estadísticos pueden presentarse de diferentes maneras, por ejemplo: tablas, diagramas de barras, diagramas circulares, etc.

La elección de qué representación utilizar debe contemplar algunos criterios como, por ejemplo, permitir la lectura clara de la información, facilitar la comparación de datos o destacar similitudes, diferencias o tendencias.

Tanto en la tabla como en el diagrama de barras se representan las **categorías o valores de la variable** (por ejemplo, en la **Actividad 9**: Danza, Deportes, Idioma, etc.) y la **frecuencia absoluta** (en este caso, la cantidad de estudiantes que practica cada actividad extraescolar).

10. A partir de la información presentada en el siguiente gráfico:



a. Indiquen cuál es la variable de estudio y de qué tipo es.
b. Confeccionen una tabla estadística con los datos del gráfico.
c. Planteen diferentes preguntas que se puedan responder con la información del gráfico o de la tabla.

Revisamos lo que aprendimos

¿Qué nos informan los gráficos estadísticos?
https://bit.ly/3HFwg6N

¿De qué manera se puede organizar la información?
https://bit.ly/3ulJgel

Buenos Aires Ciudad