2.°

Guía para estudiantes

Matemática en Red

en el Ciclo Básico

Segundo año

2024

Nivel Secundario

Buenos Aires Ciudad

Jefe de Gobierno
Jorge Macri

Ministra de Educación
Mercedes Miguel

Jefa de Gabinete
Julia Raquel Domeniconi

Subsecretario de Planeamiento e Innovación Educativa
Oscar Mauricio Ghillione

Subsecretaria de Gestión del Aprendizaje
María Lucía Feced Abal

Subsecretario de Gestión Económico Financiera y Administración de Recursos
Ignacio José Curti

Subsecretario de Tecnología Educativa
Ignacio Manuel Sanguinetti

Directora General de Gestión Privada
María Constanza Ortiz

Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa (SSPIE)

Coordinación general
Javier Simón

Coordinación
Eugenio Visiconde y Mariana Rodríguez.

Equipo de especialistas en didáctica del Nivel Secundario: Bettina Bregman (coordinación), Cecilia Bernardi, Marta Libedinsky y Adriana Vanin.

Especialistas de Matemática: Pierina Lanza (coordinación), Maximiliano Ayaviri, Agostina De Girolamo y Luis Ontiveros.

Este material recupera, modifica y/o amplía algunas actividades de las siguientes publicaciones del Ministerio de Educación GCABA: https://bit.ly/4bmcoTN

Equipo Editorial de Materiales y Contenidos Digitales
Coordinación general: Silvia Saucedo.
Coordinación editorial: Marcos Alfonzo.
Asistencia editorial: Leticia Lobato.
Edición: María Laura Cianciolo. **Colaboración:** Cecilia Forlani.
Diseño gráfico: Marcela Jiménez. **Colaboración:** Patricia Peralta, Silvina Roveda.

ISBN: 978-987-818-098-4

Fecha de consulta de videos, textos y otros recursos digitales disponibles en internet: 1 de febrero de 2024.

Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires

Guía para estudiantes : matemática en red en el ciclo básico : segundo año . - 1a edición para el alumno - Ciudad Autónoma de Buenos Aires : Ministerio de Educación del Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, 2024.

80 p. ; 30 x 22 cm.

ISBN 978-987-818-098-4

1. Educación Secundaria. 2. Matemática. I. Título

CDD 510.712

El programa Matemática en Red surge como un espacio de colaboración y reflexión conjunta entre los y las docentes de Nivel Primario y Secundario de la Ciudad de Buenos Aires. Su propósito fundamental es explorar contenidos matemáticos específicos y estrategias pedagógicas, promoviendo la articulación de la enseñanza en los momentos de pasaje de nivel.

La creación de este programa establece como línea prioritaria el desarrollo del pensamiento matemático de las y los estudiantes. Viene a dar respuesta a la necesidad de mejorar los niveles de aprendizaje en esta disciplina.

Esta guía para estudiantes, en continuidad con el material trabajado en primaria, contiene diferentes propuestas pedagógicas y actividades para el ciclo básico del nivel secundario. Aborda conceptos y herramientas que permitirán la comprensión, el análisis y la resolución creativa de diferentes desafíos matemáticos. Al mismo tiempo, se enfoca en las particularidades de diversas situaciones del mundo real y cotidiano.

Matemática en Red es parte de la política educativa prioritaria de Mejora de Aprendizajes que se propone el Ministerio de Educación de la Ciudad de Buenos Aires. Representa un compromiso con la construcción de una comunidad de aprendizaje constante, colaborativa y continua.

Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa

Índice

Números naturales

Problemas de conteo

A continuación, van a trabajar con problemas que les van a permitir avanzar sobre estrategias para contar exhaustivamente.

1. ¿De cuántas maneras se pueden repartir 3 premios diferentes entre 10 personas que a lo sumo pueden recibir un premio cada una?

2. ¿Cuántos números de cuatro dígitos distintos pueden escribirse con las cifras de 1 a 9?

3. ¿Cuántos números de cuatro dígitos pueden escribirse con las cifras de 1 a 9?

4. ¿Cuántos números de 4 cifras repetidas o no se pueden formar de modo que todas sus cifras sean impares?

5. Se disponen de siete tarjetas con los dígitos 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7. ¿De cuántas maneras pueden alinearlas de a cuatro si deben alternarse números pares e impares?

6. Con las mismas tarjetas del problema anterior. ¿De cuántas maneras pueden alinearlas a todas si deben alternarse pares e impares o viceversa?

7. En una convención con 50 participantes, cada uno saluda a todos los demás dando la mano. ¿Cuántos apretones de mano se han dado?

8. ¿Cuántos números capicúas de 5 cifras se pueden hacer con la condición de que no empiecen con cero?

9. En un hospital se dispone de 12 médicos y 20 enfermeras. ¿Cuántos equipos formados por 2 médicos y 3 enfermeras se pueden formar?

10. ¿De cuántas maneras pueden sentarse *n* docentes y *m* estudiantes en una fila si deben estar intercalados?

11. ¿De cuántas formas se pueden sentar 5 personas a comer en una mesa redonda?

12. ¿De cuántas formas se pueden repartir dos entradas para un concierto entre 6 personas?

13. El lenguaje de las computadoras se traduce en secuencias de dígitos formados por ceros y unos. Un *byte* es una secuencia de 8 dígitos, por ejemplo:

11100100

¿Cuántos *bytes* diferentes se pueden formar?

14. Cinco estudiantes realizan una votación para elegir a tres de ellos/as como representantes del grupo. ¿De cuántas formas diferentes pueden surgir los/as tres candidatos/as?

15. Un partido de fútbol terminó tres a dos. ¿De cuántas maneras diferentes se ha podido llegar a ese resultado?

PARA TENER EN CUENTA

Las diferentes maneras de acomodar todos los elementos de un grupo, en distinto orden, se denominan **permutaciones**.

Si se tiene un grupo de *n* elementos, las maneras de seleccionar *r* de esos *n* elementos (con *r* menor que *n*), teniendo en cuenta el orden en que se eligen, se llaman las **variaciones de *n* elementos tomados de a *r***.

Los distintos grupos que se forman al tomar *r* elementos de un grupo de *n* elementos, sin importar el orden en que son elegidos, se llaman **combinaciones de *n* elementos tomados de a *r*** y se escribe: **C(*n*,*r*)**.

16. Del grupo de problemas anteriores, indiquen:

a. ¿Cuáles de ellos corresponden a permutaciones?

b. ¿Cuáles de ellos corresponden a variaciones?

17. De los problemas anteriores, elijan tres que se correspondan a una variación y modifíquenlos para que la situación sea una combinación.

Actividades para seguir estudiando

¿Qué es un diagrama de árbol? (parte 1)
https://bit.ly/42potnm

¿Qué es un diagrama de árbol? (parte 2)
https://bit.ly/47Z2yEu

Números enteros

Las actividades presentadas a continuación les permitirán revisar y ampliar los conceptos referidos a los números enteros.

1. En los casos que sea posible, completen los siguientes cálculos con un número entero. Si no es posible, expliquen por qué.

a. 7 x .... = 53

b. −7 x .... = −53

c. 7 x .... = 84

d. 7 x .... = −97

e. 7 x .... = −105

f. 7 x .... = −214

2. Determinen:

a. Los dos múltiplos de 8 más cercanos a 4379.

b. Los dos múltiplos de 8 más cercanos a −4379.

c. Los dos múltiplos de −11 más cercanos a −5623.

3. Respondan las siguientes preguntas, justificando en cada caso a través de un cálculo apropiado.

a. ¿Es −60 múltiplo de −12?

b. ¿Es −12 divisor de −72?

c. ¿Es −60 divisible por −15?

d. ¿Es −120 divisible por −15?

e. ¿Es −15 divisor de −185?

f. ¿Es −209 múltiplo de −19?

4. Indiquen cuáles de los siguientes cálculos dan el mismo resultado que 33 . (−30) sin hallar el resultado final de cada uno de ellos. Escriban los procedimientos que realizan.

a. −11 . (−30) . (−3)

b. 6 . 5 . (−33)

c. −99 . (−10)

d. 11 . (−3) . 4 . 15

e. 2 . (−3) . (−3) . (−5) . 11

f. 55 . (−2) . 9

5. Completen las siguientes tablas con los números dados en cada caso. Tengan en cuenta que:

- Las multiplicaciones por fila y por columna deben dar los resultados indicados.
- Cada número indicado puede ser usado solo una vez en cada tabla, es decir, no se pueden repetir. Por ejemplo, si ubico al −2 en un casillero, no puedo volver a usarlo.
- Los resultados de cada tabla no pueden ser modificados.

Tabla 1

Números a utilizar: −7 ; −5 ; −3 ; −2 ; −1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 7

Resultados	14	−63	50
30			
98			
−15			

Tabla 2

Números a utilizar: −15 ; −11 ; −7 ; −2 ; 2 ; 2 ; 7 ; 7 ; 15

Resultados	−1155	−210	28
154			
−98			
−450			

6. Expliquen, sin resolver la cuenta, por qué 20, 40, 56, 70 y 112 son todos divisores de 35 . (−16).

7. Determinen si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, sin hallar el resultado de cada cálculo dado. Justifiquen sus respuestas.

a. −7 . 12 + 12 . 15 es múltiplo de 8.
b. −9 . (−7) + 19 . (−7) es múltiplo de −10.
c. 6 . (−9) + 6 . 24 es múltiplo de 6 y de 5.
d. −15 . 9 + (−15) . 81 es múltiplo de 90 y de 180.

8. Para cada número, escriban un cálculo que les permita analizar si es o no divisible por 8, usando solo sumas o multiplicaciones.

a. 868

b. 928

c. −432

d. −596

9. Completen las siguientes divisiones a partir de los datos dados. Identifiquen dividendo, divisor, cociente y resto para cada cálculo. Pueden verificar sus respuestas con la calculadora.

a. Sabiendo que 7 . (−19) + 5 = −128:

$$\begin{array}{r|l} -128 & 7 \\ \hline -\ \dots\dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} -128 & -7 \\ \hline -\ \dots\dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} -135 & -7 \\ \hline -\ \dots\dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} -121 & 7 \\ \hline -\ \dots\dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \end{array}$$

b. Sabiendo que −9 . 13 + 8 = −109:

$$\begin{array}{r|l} -109 & 13 \\ \hline -\ \dots\dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} -109 & -9 \\ \hline -\ \dots\dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} -100 & -9 \\ \hline -\ \dots\dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} -118 & -9 \\ \hline -\ \dots\dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \end{array}$$

PARA RECORDAR

En toda división entre números enteros, se cumple la siguiente relación:

dividendo = divisor . cociente + resto

A diferencia de lo que ocurre con los números naturales, la condición sobre el resto es que sea mayor o igual que cero y menor que el módulo del divisor, es decir:

0 ≤ resto < |divisor|

10. ¿Qué valores puede tomar el número entero *b* para que 5 . (*b* + 2) dé como resultado un múltiplo de 4? ¿Es único? Expliquen por qué.

11. ¿Qué valores debe tomar el número entero *x* para que 3 . (*x* + 4) sea múltiplo de 6? ¿Y para que sea múltiplo de 12? Expliquen sus respuestas.

12. Determinen, al menos, cinco valores que pueda tomar el número entero *m* para que el resto de la división entre (23 + 2*m*) y 7 sea 0.

Actividades para seguir estudiando

¿Cómo puedo usar la información de un cálculo para decidir si un número es o no divisible por otro?
https://bit.ly/3OfXqF7

PARA REVISAR Y REFLEXIONAR

Escriban, en sus carpetas, un listado de las ideas y de los ejemplos de lo que aprendieron con estas actividades. Las siguientes preguntas son para ayudarlas/os a pensar:

- ¿Qué les resultó más fácil? ¿Y más difícil?
- ¿Qué cosas nuevas aprendieron?
- ¿Qué errores tuvieron al resolver los problemas? ¿Cómo los identificaron?

Escriban un listado de las cuestiones que les parezcan importantes recordar sobre lo que estuvieron trabajando en Matemática.

Por ejemplo: las nociones de múltiplo y divisor estudiadas con los números naturales se pueden extender a los números enteros.

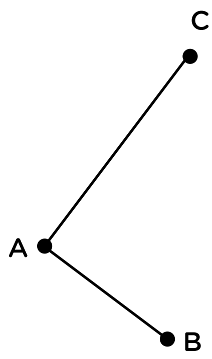
G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación | Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa

Geometría y medida

Parte I. Construcción de cuadriláteros

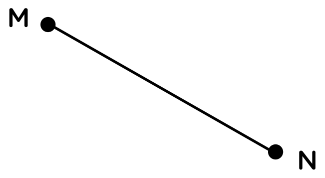
A lo largo de esta sección realizarán distintas construcciones geométricas. Es importante que cuenten con los instrumentos de geometría y que expliquen paso a paso cómo realizaron cada una de las construcciones. Esto les ayudará a establecer distintos tipos de relaciones, a analizar condiciones de existencia y unicidad en las construcciones y a estudiar las propiedades de los cuadriláteros.

1. a. La profesora pidió a los/as estudiantes que dibujen un rectángulo. Juana realizó la siguiente construcción, pero no pudo terminarla. Considerando que los segmentos AB y BC son perpendiculares, ¿pueden ayudarla a completar la figura?



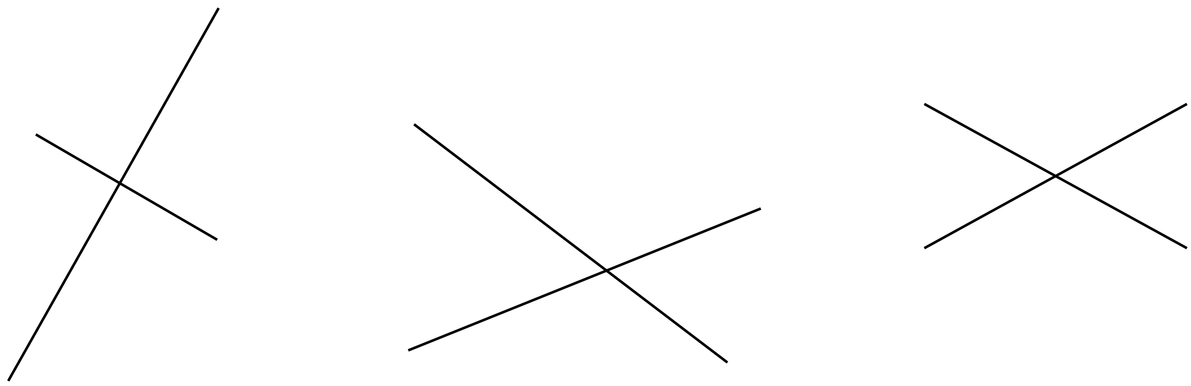
b. En el caso de que la profesora les pida construir un cuadrado, ¿qué deberían modificar y qué se mantendría igual? Realicen la construcción explicando cómo lo hicieron.

2. El segmento MN es una de las diagonales de un rectángulo. Usando regla y compás, dibujen el rectángulo.



Comparen sus construcciones con las de sus compañeros y compañeras. ¿Tienen la misma construcción? ¿Por qué?

3. ¿Pueden anticipar, sin realizar el dibujo, cuáles de los siguientes pares de segmentos pueden ser las diagonales de un rectángulo? Expliquen cómo se dieron cuenta.



4. En parejas, piensen dos maneras distintas de construir un rectángulo y realicen las construcciones en GeoGebra.

5. Construyan el cuadrilátero ABCD a partir del siguiente instructivo:

- Trazá un segmento AC de 6 cm y marcá su punto medio, llamalo M.
- Trazá un segmento BD de 3 cm, perpendicular al segmento AC , de modo que M también sea su punto medio.
- Uní, en orden, los puntos A, B, C y D.

a. ¿Es cierto que el cuadrilátero obtenido es un rombo? ¿Por qué?
b. ¿Qué dato cambiarían para que la figura ABCD sea un cuadrado? Expliquen su decisión.

6. Construyan un rombo que tenga una diagonal de 6 cm, ¿es única la construcción? ¿Por qué? ¿Qué información deberían agregar para que lo fuera?

7. En parejas, discutan si las siguientes afirmaciones resultan verdaderas o falsas, justificando en cada caso:

- Las diagonales del rombo dividen al cuadrilátero en dos triángulos equiláteros.
- Las diagonales del rombo dividen al cuadrilátero en cuatro triángulos rectángulos.
- Las diagonales del rombo dividen al cuadrilátero en dos triángulos isósceles iguales.

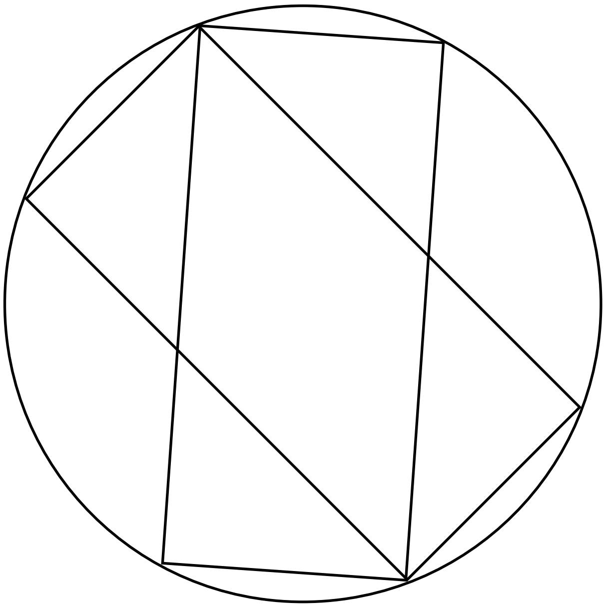
8. Construyan un paralelogramo que tenga lados consecutivos de 8 cm y 6 cm. ¿Es posible construir un paralelogramo diferente con los mismos datos?

9. Con regla no graduada, compás y transportador construyan un paralelogramo que tenga un lado de 4,5 cm, otro lado de 7 cm y el ángulo comprendido por esos lados sea de 40°. La construcción, ¿es única?

10. Dibujen una circunferencia con el compás. Luego, si es posible, dibujen un cuadrado inscripto en la circunferencia. Esto quiere decir que sus vértices pertenecen a la misma.

11. ¿Pueden los cuatro vértices de un paralelogramo pertenecer a una misma circunferencia? ¿Por qué?

12. Copien la siguiente figura, usando regla y compás. Luego, expliquen cómo lo hicieron.



13. Indiquen en qué cuadriláteros las diagonales:

- Son iguales.
- Son perpendiculares.
- Se cortan en sus puntos medios.

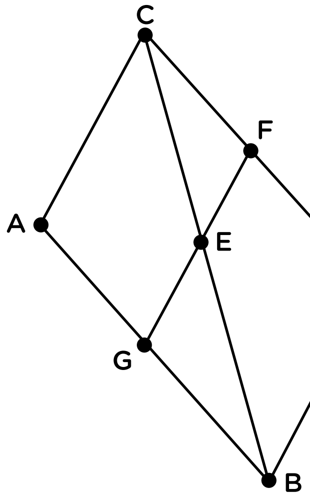
a. ¿Existe algún cuadrilátero que no cumpla ninguna de las condiciones anteriores? ¿Cuál?

b. ¿Existe alguno en que se cumpla más de una condición? ¿Cuál?

14. Decidan si cada una de las afirmaciones es correcta o no. Expliquen por qué en cada caso:

- Si un rombo tiene sus diagonales perpendiculares es un cuadrado.
- No es posible dibujar dos rombos diferentes que tengan una diagonal de 4 cm.
- Para que la construcción de un paralelogramo sea única, basta con saber la medida de dos lados.
- No es posible construir un rectángulo a partir de sus diagonales.

15. Escriban un instructivo de construcción que permita dibujar la siguiente figura sin verla.



16. Dibujen un paralelogramo que tenga 5 cm de base, 4 cm de altura y uno de sus ángulos interiores sea de 45°. ¿El paralelogramo dibujado será único?

17. Construyan un paralelogramo sabiendo que la altura es de 4 cm, una diagonal mide 8 cm y la base es de 6 cm.
¿La construcción es única? ¿Por qué?

18. En un paralelogramo ABCD, el ángulo A mide el doble que el ángulo D. ¿Es posible averiguar la amplitud de cada uno de los ángulos del paralelogramo? Si es posible, realicen la construcción.

19. Coloquen siempre, a veces o nunca. Expliquen cada una de sus respuestas.
- **a.** Todos los cuadrados son rombos.
- **b.** Todos los rombos son cuadrados.
- **c.** Todos los rectángulos son cuadrados.
- **d.** Todos los cuadrados son rectángulos.
- **e.** Todos los rectángulos son paralelogramos.
- **f.** Todos los paralelogramos son rectángulos.

PARA RECORDAR

Sabiendo que en un paralelogramo los lados opuestos son paralelos, por definición, se pueden determinar las siguientes propiedades:
- En todo paralelogramo los lados opuestos son iguales.
- En todo paralelogramo los ángulos opuestos son iguales.

- Cada diagonal de un paralelogramo lo divide en dos triángulos congruentes.
- Las diagonales de un paralelogramo se cortan en su punto medio.

Conociendo estas propiedades se puede saber qué figuras no pueden ser paralelogramos.

20. Para sistematizar las propiedades de los cuadriláteros que estudiaron, les proponemos que completen la siguiente tabla.

		Las diagonales son perpendiculares		Las diagonales no son perpendiculares	
		Tiene dos pares de lados paralelos	Tiene un par de lados paralelos	Tiene dos pares de lados paralelos	Tiene un par de lados paralelos
Las diagonales son diferentes	Una es cortada en su punto medio				
	Las dos se cortan en su punto medio				
Las diagonales son iguales	Una es cortada en su punto medio				
	Las dos se cortan en su punto medio				

Actividades para seguir estudiando

Construcciones de cuadriláteros con GeoGebra
(https://bit.ly/3OppzcU)

PARA REVISAR Y REFLEXIONAR

Escriban, en sus carpetas, un listado de las ideas y de los ejemplos de lo que aprendieron con estas actividades. Las siguientes preguntas son para ayudarlas/os a pensar:

- ¿Qué les resultó más fácil? ¿Y más difícil?
- ¿Qué cosas nuevas aprendieron?
- ¿Qué errores tuvieron al resolver los problemas? ¿Cómo los identificaron?

Escriban un listado de las cuestiones que les parezcan importantes recordar sobre lo que estuvieron trabajando en Matemática.

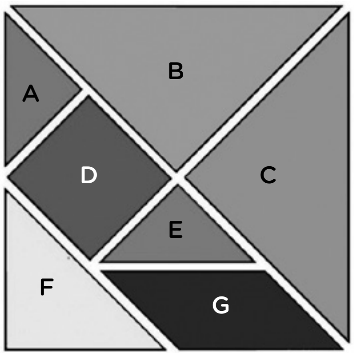
Por ejemplo: las construcciones de triángulos son un punto de apoyo para las construcciones de cuadriláteros.

Parte II. Áreas de triángulos y cuadriláteros

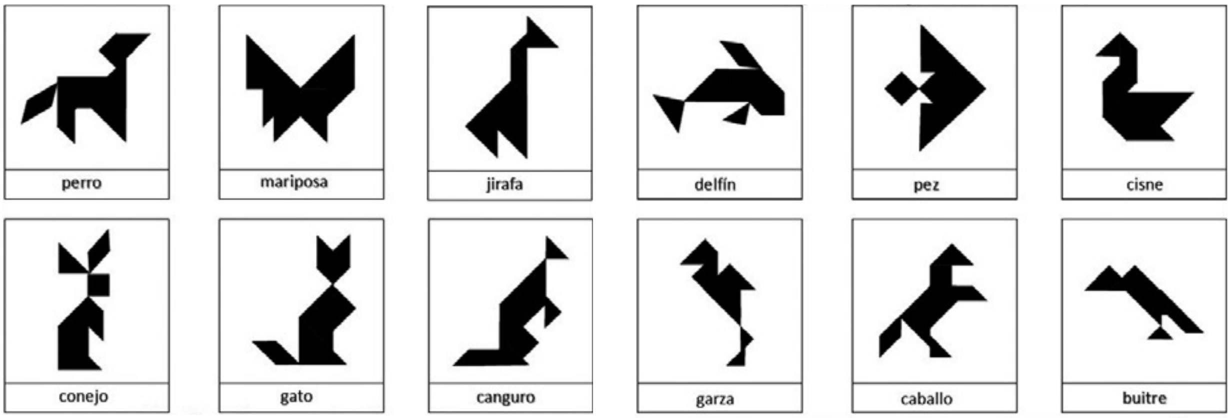
Problemas de áreas

A continuación trabajarán con una serie de problemas que les permitirán estudiar el concepto de área, su relación con el perímetro y cuáles son algunas de las unidades que los ayudarán a indicar la medida de una superficie.

1. A continuación les presentamos el tangram, un rompecabezas de origen chino que consiste en armar figuras con una serie de piezas que forman un cuadrado.



Usando todas las piezas del tangram armen las siguientes figuras:



a. ¿Qué tienen en común las diferentes figuras que construyeron? ¿En qué se diferencian?

b. Si solamente se pudieran utilizar piezas del tipo A, ¿Cuántas serían necesarias para cubrir todo el tangram? ¿Y si se usaran solo piezas del tipo B?

c. ¿Sería posible cubrir el tangram usando solo piezas del tipo G? ¿Y usando piezas del tipo D?

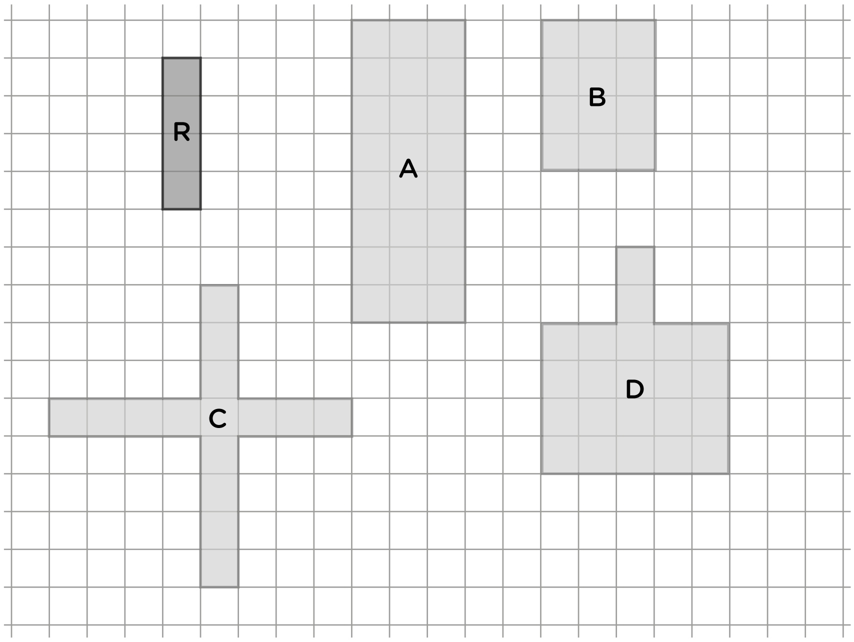
d. Adri dice que si usan solo piezas del tipo D se necesita la misma cantidad que si se usan solo piezas del tipo F? ¿Por qué?

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación | Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa

PARA RECORDAR

Las figuras que ocupan la misma superficie se llaman equivalentes. Todas ellas tienen la misma área.

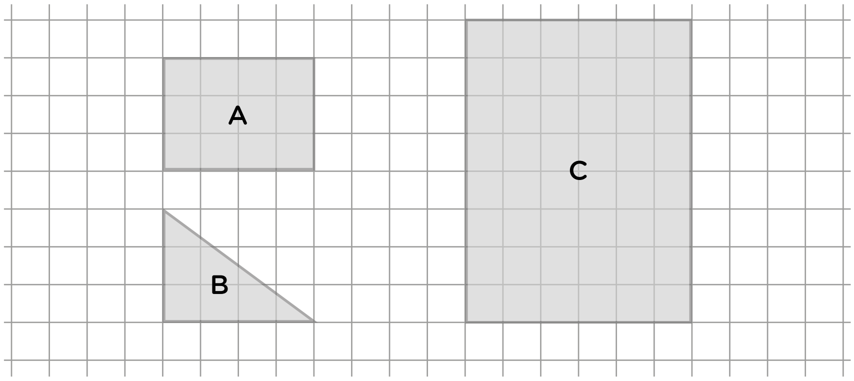
2. ¿Cuántas figuras como la R se necesitan para cubrir las figuras A, B, C y D, sin dejar espacios libres ni superponerse?



3. a. ¿Cuánto mide la superficie de la figura C, si se toma como unidad de medida la figura A?

b. ¿Y si la unidad de medida es la B?

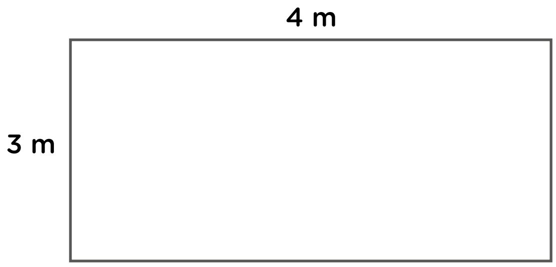
c. ¿Qué relación hay entre los resultados de las consignas a y b? ¿Por qué ocurre esto?



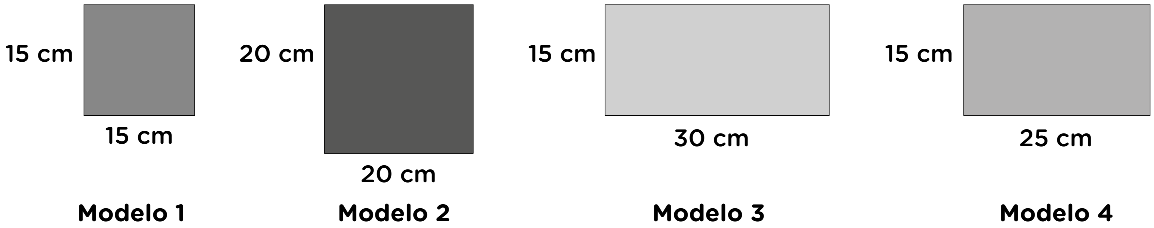
PARA RECORDAR

Para determinar el área de una superficie, la comparamos con el área de otra superficie elegida como unidad.

4. José quiere embaldosar el patio de su casa. El esquema que figura debajo es el plano del patio, que es rectangular.



Las baldosas que puede comprar son cuadradas o rectangulares y las opciones y dimensiones son:



a. ¿Cuántas baldosas como las del modelo 1 necesitaría para cubrir el patio? ¿Cuántas como las del modelo 3? ¿Cuántas baldosas del modelo 1 equivalen a una del modelo 3?

b. ¿Con cuáles de las baldosas cuadradas se puede cubrir exactamente el piso?

c. Si quisiera colocar baldosas rectangulares, ¿cuántas baldosas como las del modelo 4 necesitaría para cubrir el patio? ¿Cuántas del modelo 3?

d. ¿Con cuáles de las baldosas rectangulares José cubriría exactamente el piso? En caso de que no quepan exactamente, ¿qué cantidad aproximada de baldosas rectangulares necesita para cubrir el patio?

e. José quiere colocar baldosas de diferentes modelos en el patio. Si quiere colocar 20 baldosas como las del modelo 3, ¿cuántas baldosas del modelo 2 necesitará para cubrir el patio? ¿Logrará cubrir exactamente todo el patio? ¿Por qué?

5. Si retoman al problema 4, el que se refiere al embaldosado del patio:

a. ¿Cuánto mide la superficie ocupada por el patio, si se considera como unidad de medida la baldosa del modelo 1? ¿Y si se considera la baldosa del modelo 2 como unidad?

b. ¿Es posible que la misma superficie tenga medidas diferentes? ¿Por qué?

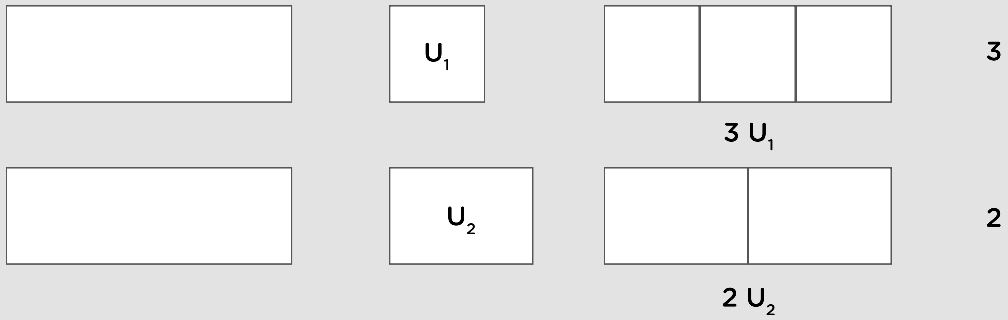
PARA RECORDAR

Cuando tenemos que medir una superficie, elegimos una unidad de medida y determinamos la cantidad de veces que entra esta unidad en la superficie que queremos medir. El número de veces que la unidad elegida cabe en la superficie se llama área.

Una vez fijada la unidad de medida, a cada superficie le corresponde un número que es la medida de su superficie respecto de dicha unidad.

Por ejemplo:

Superficie Unidad Área Medida



El valor del área de una superficie varía de acuerdo con la unidad elegida.

Área de la superficie = $3\ U_1 = 2\ U_2$, pero $3 \neq 2$.

Al cambiar la unidad de medida, se modifica el valor del área. Entonces, para poder comparar dos superficies es necesario utilizar la misma unidad de medida.

6. En una hoja de papel cuadriculado dibujen un rectángulo cuyos lados midan 8 y 2 cuadraditos de lado.

a. ¿Cuál es su área?

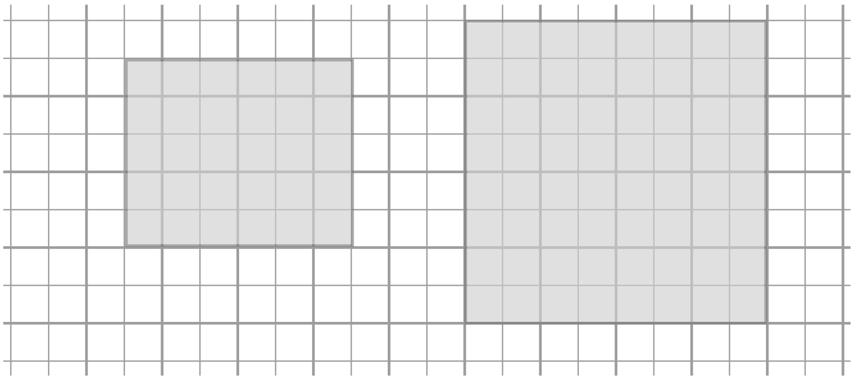
b. ¿Cuánto aumentaría la medida de su superficie si se aumenta la longitud de cada lado al doble?

c. ¿Qué pasaría con dicha medida si se redujera la longitud de cada lado a la mitad?

7. El área de una superficie es 16 respecto a cierta unidad. ¿Cuál es la medida respecto de una unidad 3 veces mayor? ¿Y respecto de una unidad 3 veces menor?

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación | Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa

8. a. Determinen la medida de estas superficies usando como unidad de medida un cuadrado de 1 cm de lado.



b. ¿Qué conclusión pueden sacar a partir de las mediciones realizadas?

PARA RECORDAR

Como unidad de área generalmente se elige la superficie de un cuadrado cuyo lado mide cierta unidad de longitud.

En el sistema adoptado por nuestro país, la principal unidad de medida es el metro cuadrado.

El área de un cuadrado de 1 m de lado es 1 metro cuadrado, y se simboliza m^2.

El área de un cuadrado de 1 cm de lado es 1 centímetro cuadrado, y se simboliza cm^2.

Medir el área de una figura en **centímetros cuadrados** equivale a determinar cuántos cuadraditos de 1 cm de lado cubrirían toda la figura sin superponerse.

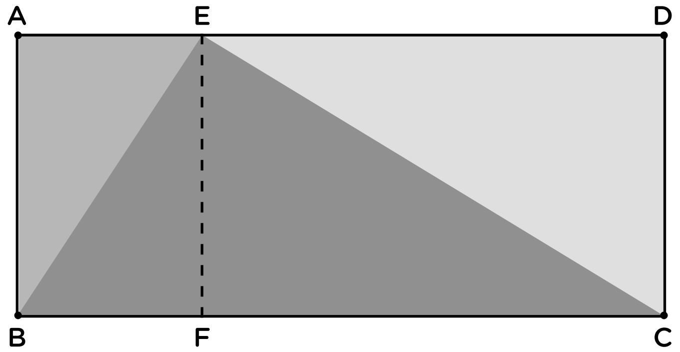
9. a. ¿Cuánto mide la superficie de un cuadrado de 1 m de lado en centímetros cuadrados?

b. ¿Cuánto mide la superficie de un cuadrado de 1 km de lado en metros cuadrados?

10. Si el área de una superficie es de 45 cm^2, ¿cuál es el área en m^2? ¿Y en mm^2?

11. Si el perímetro de un cuadrado es de 11 m, ¿cuánto mide su superficie?

12. Para calcular el área del triángulo BEC, Florencia hizo lo siguiente:



a. Sabiendo que el segmento EF es perpendicular al segmento BC, ¿qué representa la línea punteada?

b. ¿Al área de qué triángulo es igual el área del triángulo ABE? ¿Y el área del triángulo EDC?

c. ¿Es cierto que el área del triángulo BEC es la mitad del área del rectángulo total? ¿Por qué?

d. ¿Qué datos se necesita conocer para calcular el área de un triángulo? ¿Cómo se calcula esa área?

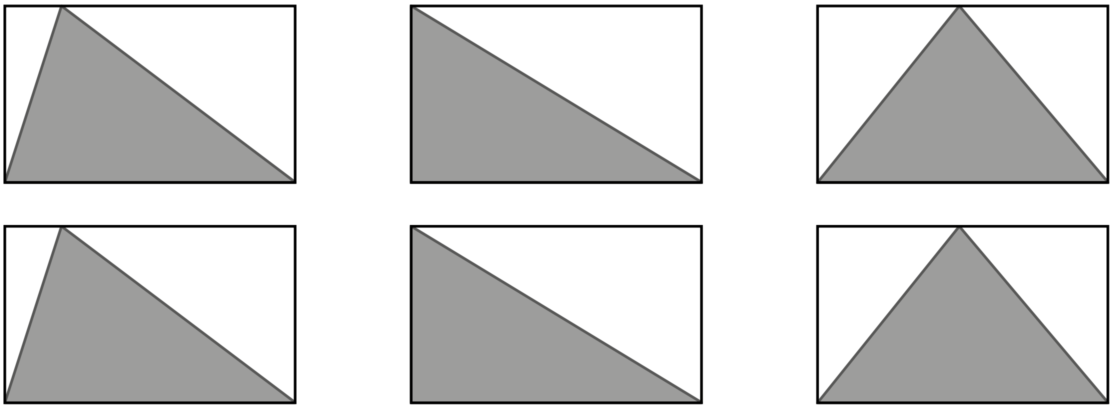
13. Determinen de cuatro maneras diferentes una región que tenga como superficie la cuarta parte de la superficie de este rectángulo.

a. Las cuatro regiones que determinaron, ¿qué tienen en común? ¿En qué se diferencian?

b. Construyan dos figuras equivalentes al rectángulo dado. ¿Qué tienen en común el rectángulo y las dos figuras dibujadas? ¿En qué se diferencian?

c. Tracen una diagonal del rectángulo y consideren los dos triángulos que quedan determinados. ¿Qué tienen en común el rectángulo y las nuevas figuras dibujadas? ¿En qué se diferencian?

14. Estos rectángulos son todos iguales.
¿Qué parte del rectángulo representa el triángulo sombreado, en cada caso?



15. Conociendo el área de un rectángulo, ¿pueden encontrar una forma para determinar el área de un triángulo con la misma base y altura que el rectángulo? ¿Y el área de un paralelogramo con la misma base y altura que el rectángulo? Expliquen cómo lo harían.

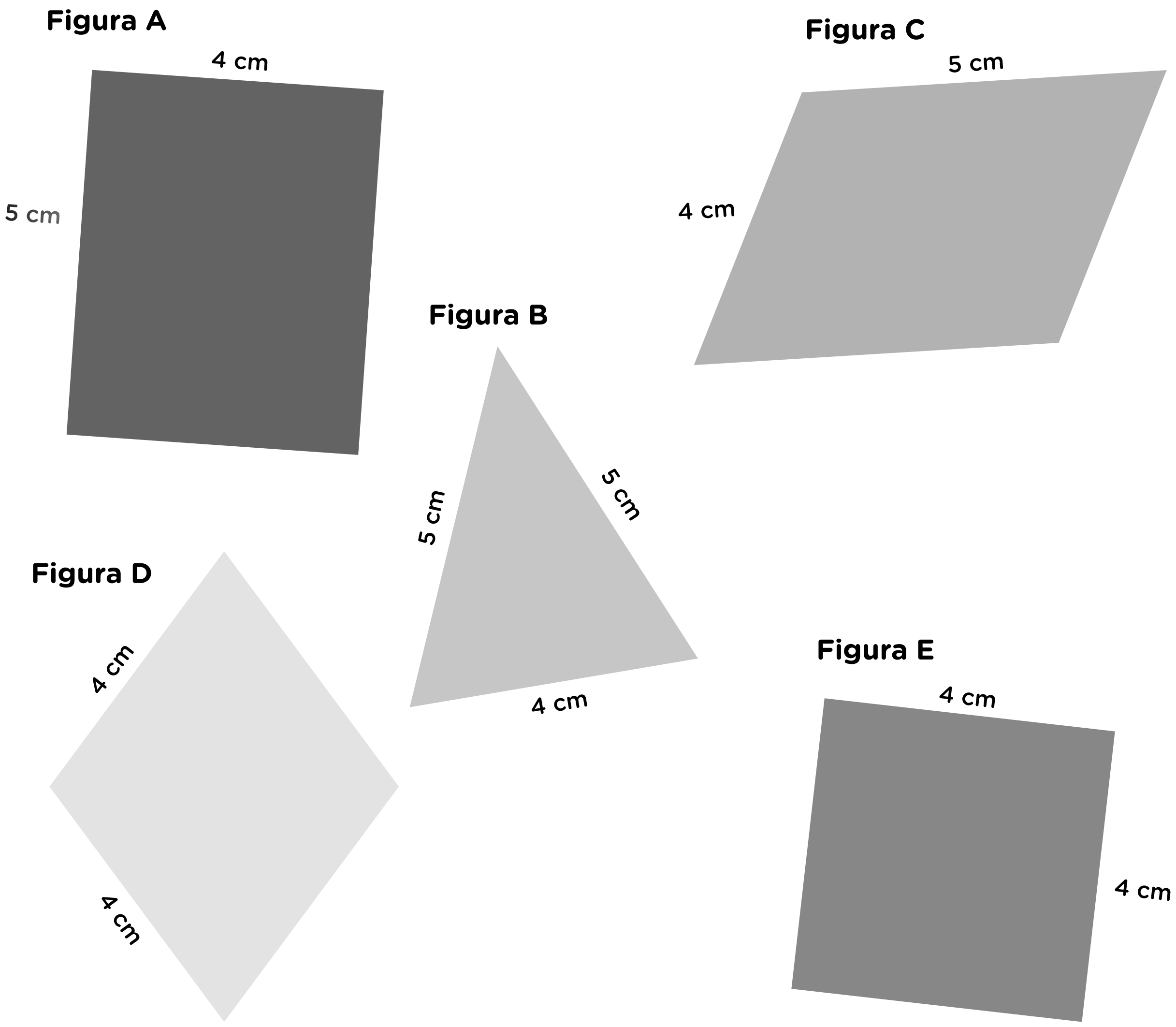
16. Juliana y Jorge dibujan un paralelogramo cuyos lados miden 6 cm y 4 cm, respectivamente.

a. Cuando terminan, se sorprenden porque los dibujos son diferentes. ¿Es posible? ¿Por qué?

b. ¿Cuántos paralelogramos distintos se pueden dibujar? ¿Por qué?

c. De todos los paralelogramos que tienen un lado de 6 cm y otro de 4 cm, ¿cuál es el de mayor área? ¿Por qué?

17. Calculen el perímetro y el área de las siguientes figuras.



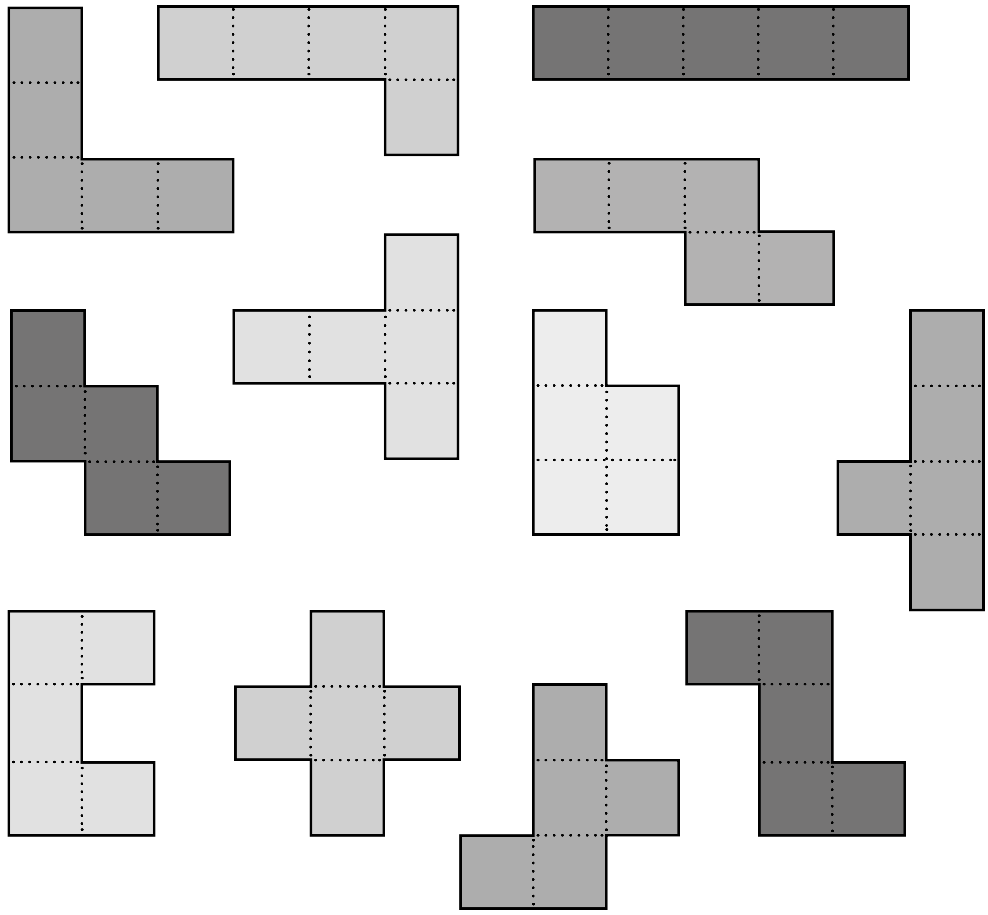
a. Los datos indicados, ¿son suficientes para calcular el perímetro y el área de cada figura? ¿Por qué?

b. Horacio dice que sus cálculos están mal porque en una de las figuras el perímetro le dio igual que el área. ¿Están de acuerdo? ¿Por qué?

Relación entre perímetro y área

En este apartado estudiarán cómo se relacionan el perímetro y el área de una figura.

1. Los pentaminos, creados en 1953 por un profesor de Matemática llamado Golomb, son 12 fichas formadas por cinco cuadraditos iguales que comparten entre sí al menos un lado.



a. ¿Qué unidad les parece más adecuada para medir la superficie de los pentaminos? ¿Por qué?

b. Construyan, usando todas las fichas, rectángulos cuyos lados midan:

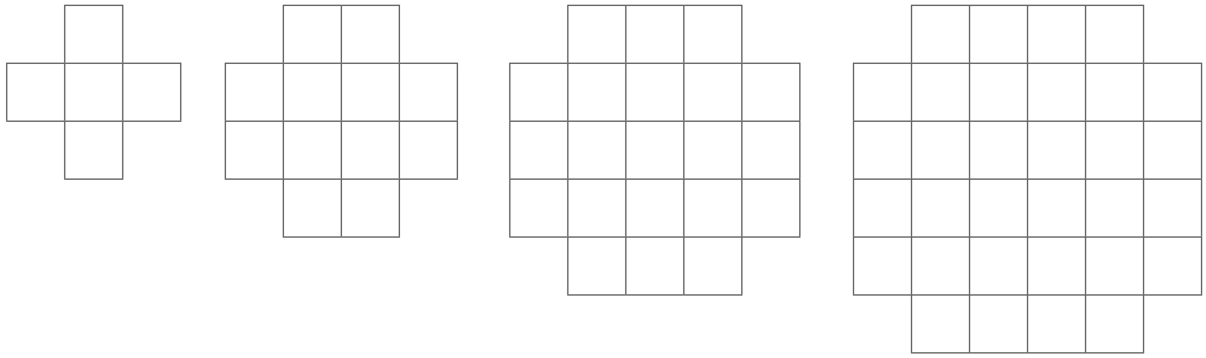
10 × 6 cuadritos 12 × 5 cuadritos 20 × 3 cuadritos

¿Hay más de una solución? ¿Por qué?

c. ¿Cuál es el área de cada ficha del pentamino, considerando cada cuadrito como unidad de medida? ¿Y su perímetro?

d. Usando un número par de pentaminos, armen figuras con la misma área y diferente perímetro. ¿Pueden armar algunas con igual área, pero diferente forma? ¿Y que tengan igual área, pero perímetro menor?

2. Observen la siguiente secuencia de figuras:



Si se considera como unidad de medida del perímetro la longitud del lado de un cuadradito y como unidad de medida del área un cuadradito:

a. Completen el siguiente cuadro.

Cuadraditos por lado					
Área					
Perímetro					

b. ¿Cuántos cuadraditos corresponden a un perímetro de 64?

c. ¿Cuántos cuadraditos necesito para formar la figura correspondiente a un perímetro de 100?

d. ¿Qué regla permite pasar de una fila a la siguiente? ¿Por qué?

e. Si se agrega en cada figura un cuadradito en cada una de las esquinas, de tal forma que queda una figura cuadrada, ¿el perímetro es el mismo o se modifica? ¿Por qué? Con el área, ¿ocurre lo mismo? ¿Por qué?

3. a. Dibujen un rombo de 5 cm de lado.

b. ¿Pueden dibujar otro rombo que sea diferente del ya dibujado pero que mantenga la medida de 5 cm para los lados? ¿Por qué?

c. ¿Cómo son los perímetros de ambos rombos? ¿Y las áreas?

d. ¿Alguno de los rombos es el de menor área? ¿Por qué?

4. a. ¿Se pueden dibujar dos cuadrados de igual área y distinto perímetro? ¿Por qué?

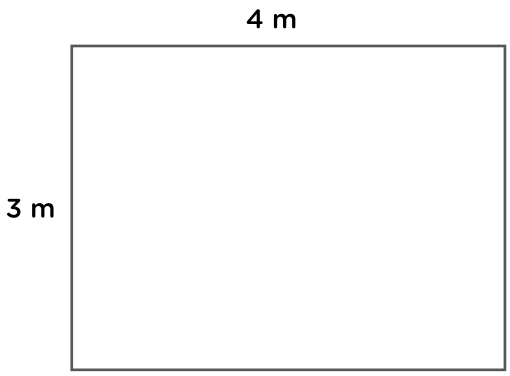
b. ¿Se pueden dibujar dos cuadrados de igual perímetro y distintas áreas? ¿Por qué?

5. Construyan un rectángulo con una base que mida 10 cm y una altura de 6 cm; llámenlo A. Luego construyan un rectángulo cuya base mida el doble de la de A y cuya altura sea igual a la de A; llámenlo B.

a. ¿Es cierto que el rectángulo B tiene el doble de perímetro que el A? ¿Cómo pueden asegurarlo sin hacer las cuentas?

b. ¿Es cierto que el rectángulo B tiene el doble de área que el A? ¿Cómo pueden asegurarlo sin hacer las cuentas?

6. Dibujen una figura que tenga el doble de perímetro que la siguiente:



¿Cuánto deberían medir los lados de un rectángulo que duplicara el valor del área del rectángulo dado? ¿Es única, la respuesta? ¿Por qué?

7. Indiquen cuál o cuáles de estas afirmaciones son correctas.

a. Dos figuras con la misma área tienen siempre el mismo perímetro.

b. Entre distintas figuras, si la medida del perímetro de una aumenta, también aumenta la medida de su superficie.

c. Si dos figuras tienen igual perímetro, pueden tener igual área.

d. Dos figuras con diferente área pueden tener igual perímetro.

8. Dada esta figura:

Dibujen, si es posible, una figura que tenga:

a. Menor área e igual perímetro.

b. Mayor área y mayor perímetro.

c. Mayor perímetro y menor área.

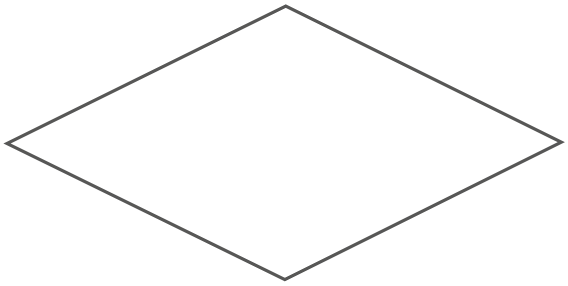
d. Igual área y mayor perímetro.

9. El área de un rectángulo es de 20 cm^2. Se construye otro rectángulo cuya base y altura miden el doble que la base y altura del rectángulo anterior. ¿Cuál es el área del nuevo rectángulo? Expliquen cómo lo pensaron.

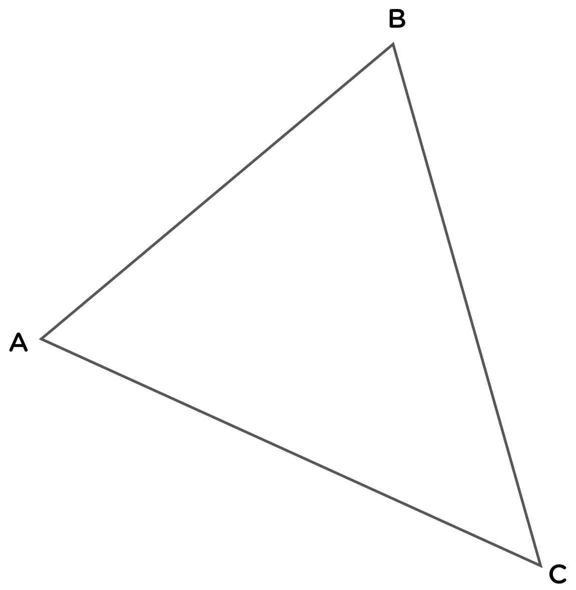
10. En cada caso, indiquen si la afirmación es verdadera o falsa y expliquen por qué.
   a. Si se duplican las medidas de la base y de la altura de un rectángulo, su perímetro se duplica.
   b. Si se duplican las medidas de la base y de la altura de un rectángulo, su área se duplica.

11. **a.** Dibujen un rectángulo que tenga la misma área que el siguiente paralelogramo:

   b. Dibujen un rectángulo con la misma área que el siguiente rombo:



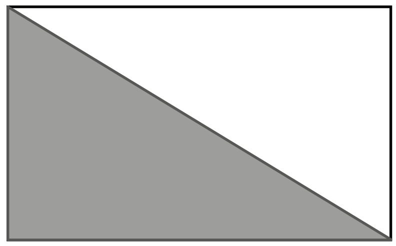
12. Dado el triángulo ABC, encuentren:
   a. Un punto P perteneciente a la recta que contiene al lado AB de manera tal que el área de APC sea la mitad del área del ABC.
   b. Un punto Q perteneciente a la recta que contiene al lado AB de manera tal que el área de AQC sea el triple del área del ABC.



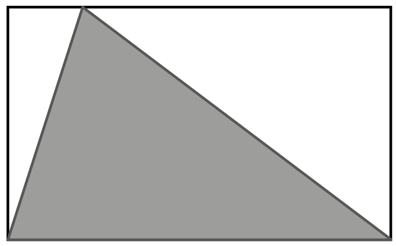
Revisamos lo que aprendimos
¿En qué casos es posible comparar áreas sin medir?

1. Resuelvan los siguientes problemas de comparación de áreas.

a. Sin medir, comparen el área gris con el área blanca del siguiente rectángulo: ¿Son iguales? ¿Son diferentes? ¿Cómo lo saben?

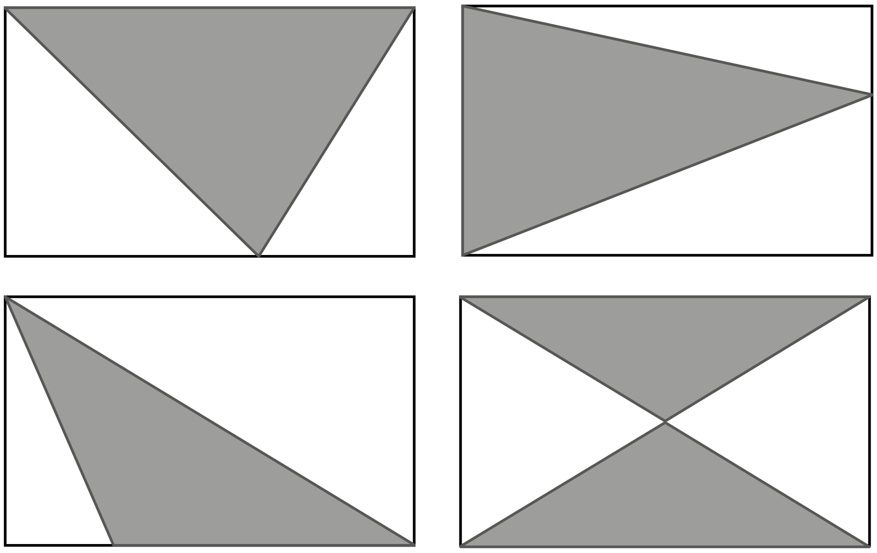


b. ¿Cómo es, en este otro caso, el área de la región sombreada respecto del área de la región blanca? ¿Se mantiene la misma relación que en el caso anterior? ¿Por qué?



Pista: Tengan presente que la diagonal de todo rectángulo divide al mismo en dos partes iguales.

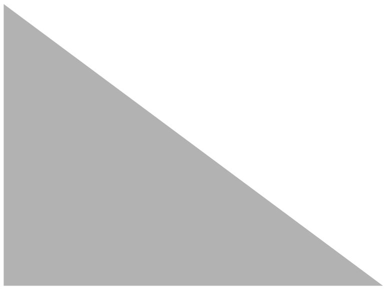
2. Los rectángulos presentados a continuación son iguales y presentan diversas regiones sombreadas.



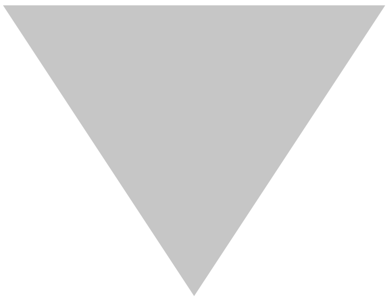
a. ¿Cuáles de las regiones sombreadas tienen igual área? ¿Cómo lo saben?
b. ¿Cuál de los rectángulos tiene la región sombreada de menor área? ¿Por qué?

3. Dibujen, en cada caso, un rectángulo que tenga el doble del área que el triángulo indicado.

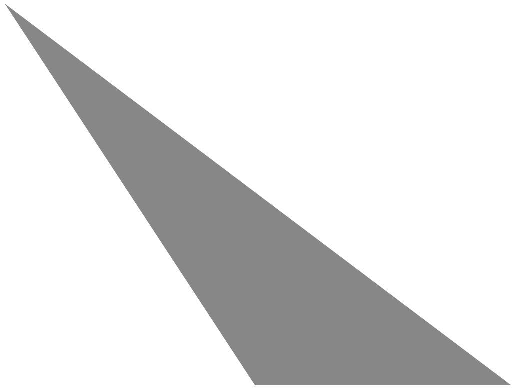
a.



b.



c.



Pista: Tengan en cuenta que, en cada caso, los rectángulos pueden compartir, al menos, un lado con cada triángulo.

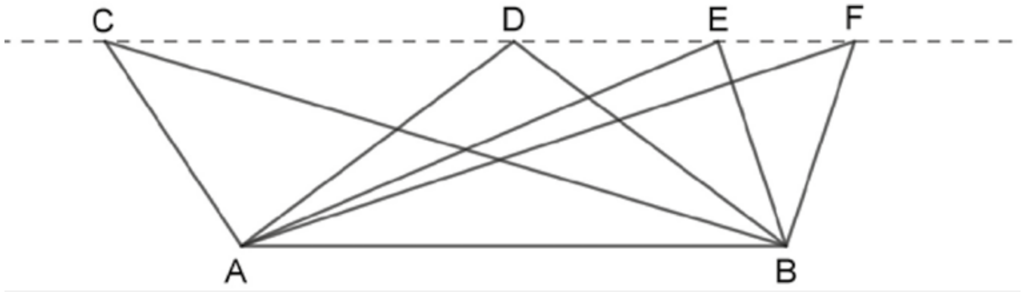
Antes de terminar

Analicen y respondan:

- ¿Qué relación existe entre el área de un rectángulo y el área de un triángulo?
- ¿Cómo pusieron en juego dicha relación en las actividades que desarrollaron en esta ficha?
- ¿Fue necesario trabajar con medidas en alguna de las actividades?

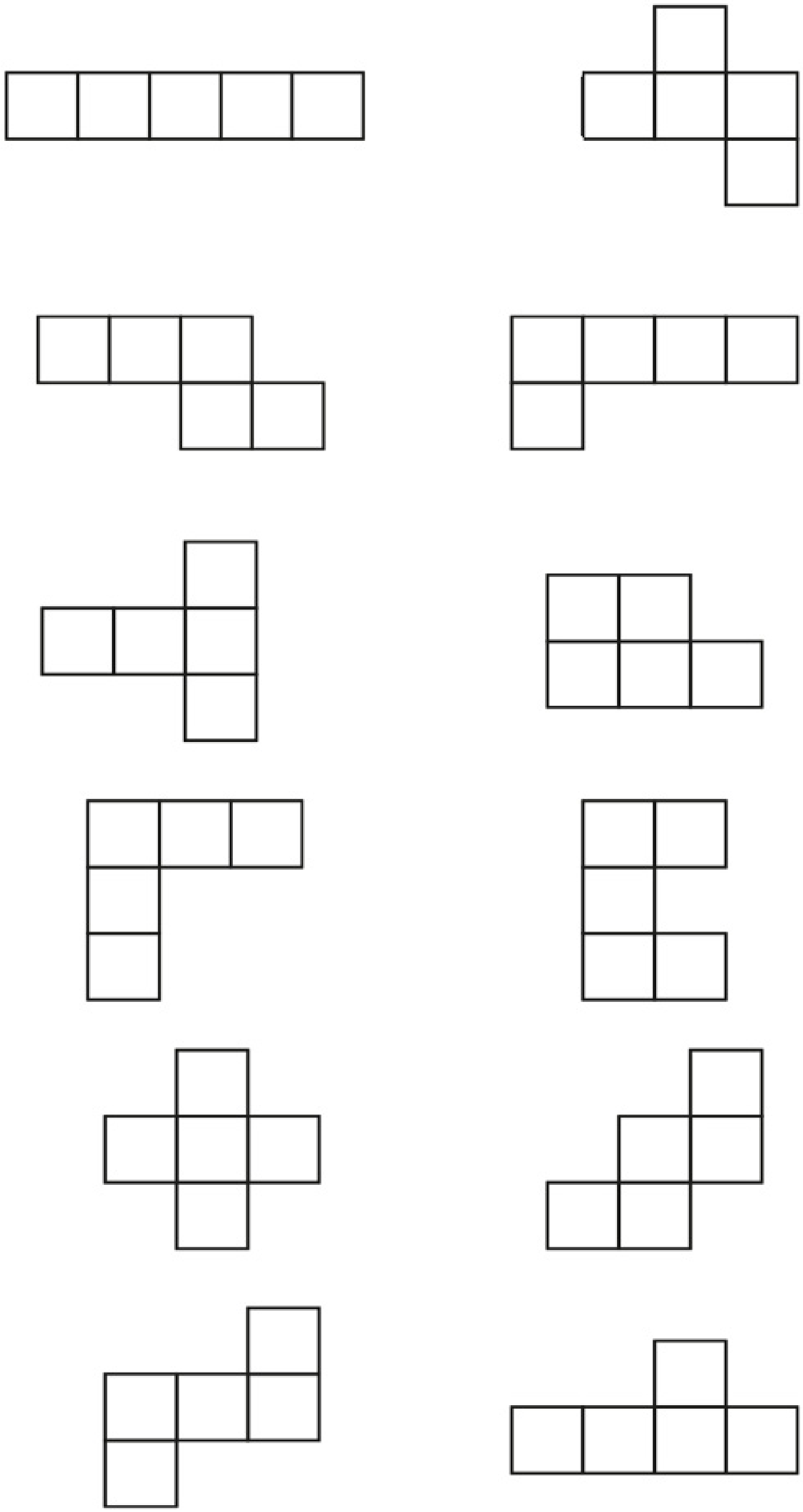
Para profundizar

Observen la siguiente imagen y luego respondan.



Sabiendo que la recta punteada es paralela al lado común de los triángulos, ¿por qué es posible asegurar que todos los triángulos tienen igual área?

Pentaminós para recortar



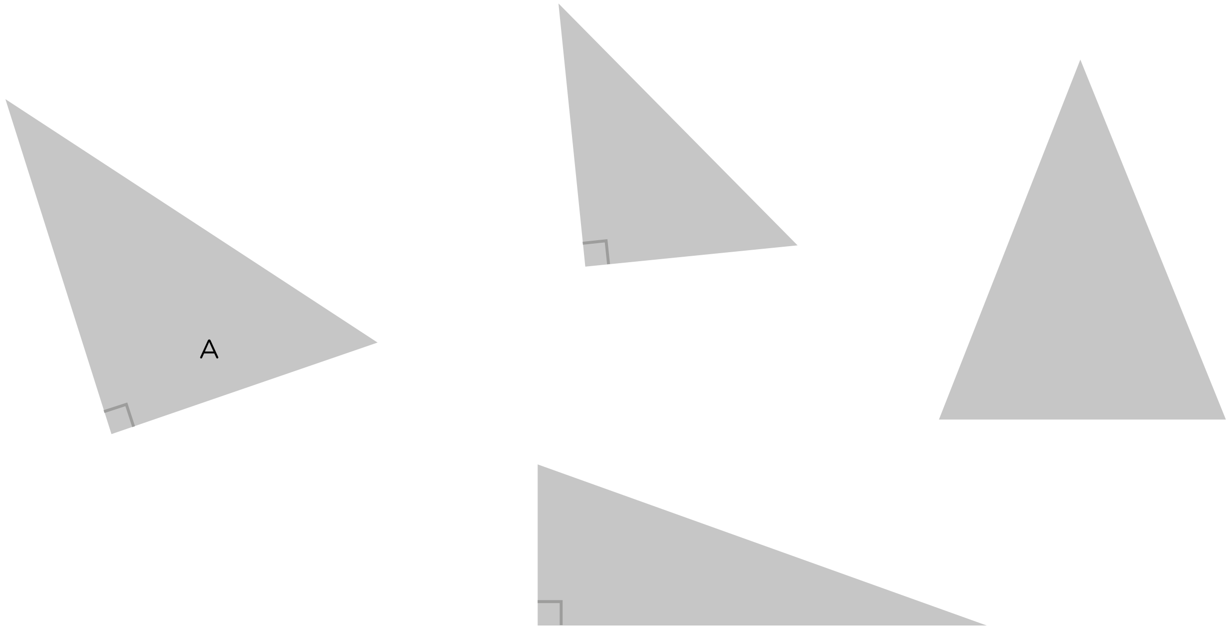
Parte III. Semejanza y teorema de Thales

A continuación van a trabajar con varios problemas que les van a permitir estudiar la semejanza de figuras, su relación con el teorema de Thales y algunas de sus aplicaciones.

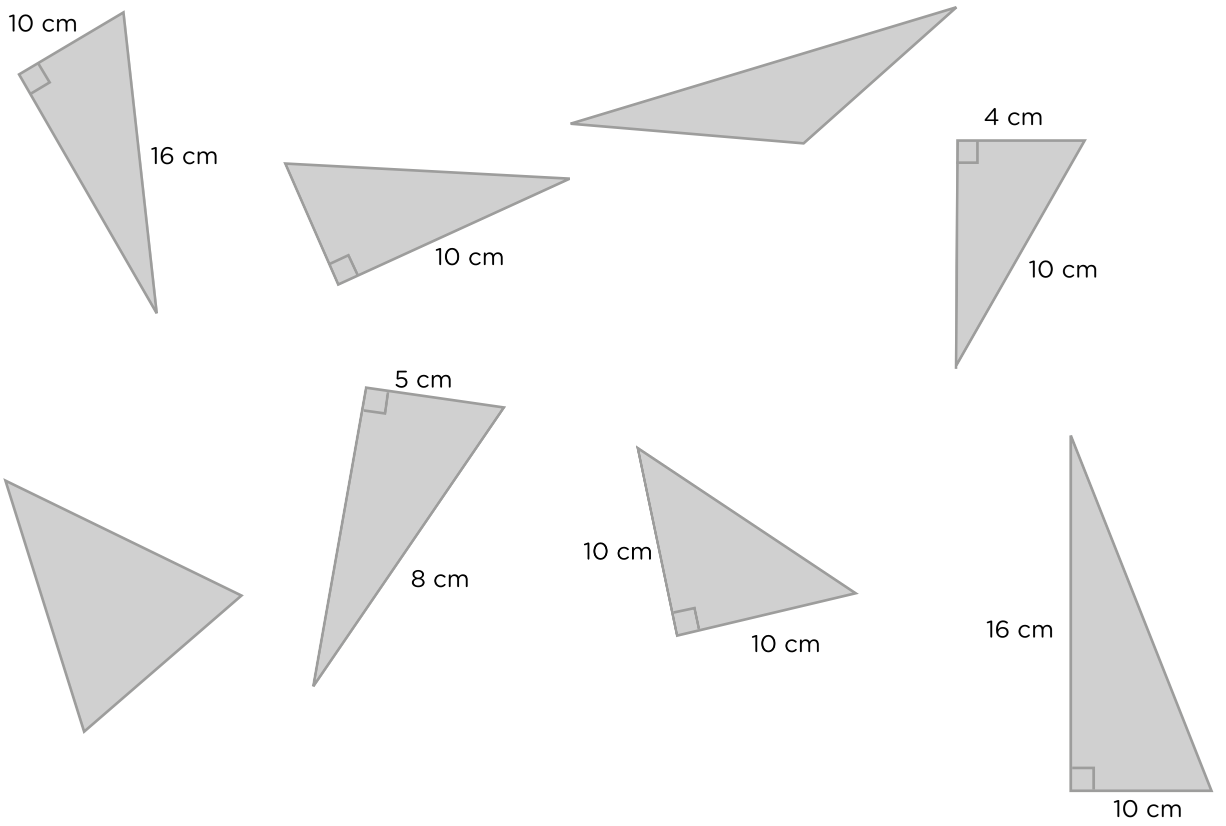
1. Dibujen una figura semejante a la siguiente.

a. Expliquen todas las decisiones que tomaron para realizar el dibujo.
b. ¿Qué características tienen que tener dos figuras para ser semejantes?

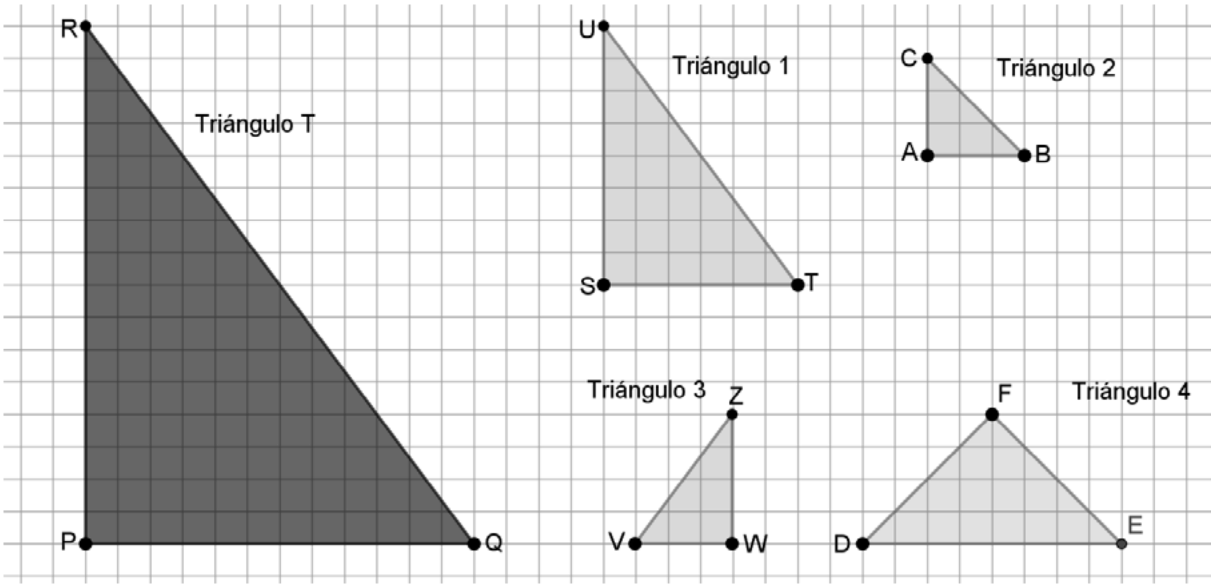
2. Indiquen cuál o cuáles de los triángulos creen que son semejantes al triángulo A y cuáles no. En cada caso, expliquen cómo lo pensaron.



3. ¿Algunos de estos triángulos son semejantes entre sí? Justifiquen su respuesta.



4. ¿Cuál o cuáles de los siguientes triángulos pueden ser una reducción del triángulo T? En cada caso, expliquen cómo lo pensaron.



5. El triángulo rectángulo ABC tiene sus lados con las siguientes medidas:

Cateto AB = 9 cm

Cateto BC = 12 cm

Hipotenusa AC = 15 cm

El triángulo PQR, también rectángulo, tiene las siguientes medidas:

Cateto PQ = 6 cm

Cateto QR = 8 cm

¿Pueden afirmar que estos triángulos son semejantes? ¿Por qué?

6. Completen la siguiente tabla.

Triángulo rectángulo	Triángulo 1	Triángulo 2	Triángulo 3
Medida de la hipotenusa		15	
Medida del cateto mayor	4	12	16
Medida del cateto menor	3		12

a. ¿Cómo son estos triángulos entre sí? ¿Son congruentes? ¿Son semejantes? ¿Por qué?

b. ¿Sucede lo mismo con todos los triángulos rectángulos? ¿Por qué?

7. Determinen en cuáles de estas situaciones los dos triángulos son semejantes:

a. Dos ángulos de un triángulo miden 40° y 20° y dos ángulos del otro miden 20° y 120°.

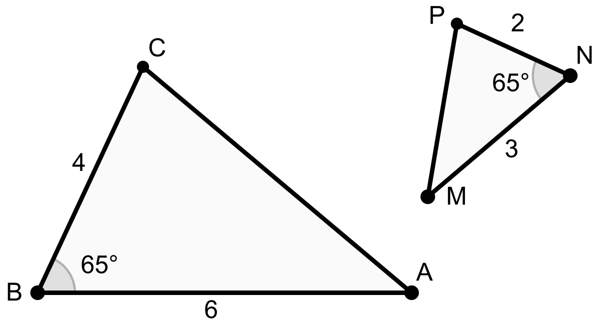
b. Dos lados de un triángulo miden 5 cm cada uno y el ángulo comprendido mide 30°. El otro triángulo tiene dos lados de 6 cm y el ángulo comprendido de 40°.

c. Los lados de un triángulo miden 3 cm, 4 cm y 5 cm y los del otro 10 cm, 8 cm y 6 cm.

d. Un triángulo rectángulo con un ángulo de 30° y un triángulo rectángulo con un ángulo de 50°.

e. Un triángulo equilátero con lados que miden 6 cm y un triángulo equilátero con lados que miden 8 cm.

8. Para cada una de las afirmaciones, indiquen si son verdaderas o falsas y expliquen por qué.



a. Todos los triángulos rectángulos son semejantes entre sí.

b. Los triángulos ABC y MNP son semejantes.

c. Todos los triángulos rectángulos isósceles son semejantes entre sí.

d. Todos los triángulos equiláteros son semejantes entre sí.

9. En la siguiente tabla se presenta la longitud de diferentes varillas ubicadas verticalmente sobre una superficie horizontal, y la longitud de sus sombras. Los datos son tomados a la misma hora.

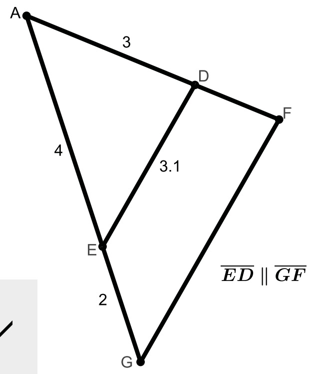
Longitud de una varilla (dm)	2	3	4	8
Longitud de la sombra (dm)	2,5	3,75	5	10

a. Si una varilla tiene una altura de 1 dm, ¿cuánto medirá su sombra? ¿Y si la altura es de 6 dm?

b. Si una varilla proyecta una sombra de 15 dm, ¿cuál es la altura de la varilla?

10. ¿Cuál será la altura de un poste, si se tiene en cuenta que la estatura de un hombre situado cerca es de 1,70 m y a cierta hora del día su sombra es de 1,1 m, y en ese mismo momento la sombra del poste es de 2,5 m de longitud?

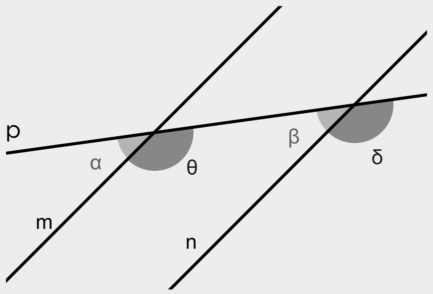
11. A partir de los datos que se muestran en la siguiente figura, calculen el perímetro del triángulo GAF.



PARA RECORDAR

Si dos rectas paralelas m y n están cortadas por una recta p, los ángulos correspondientes miden lo mismo.

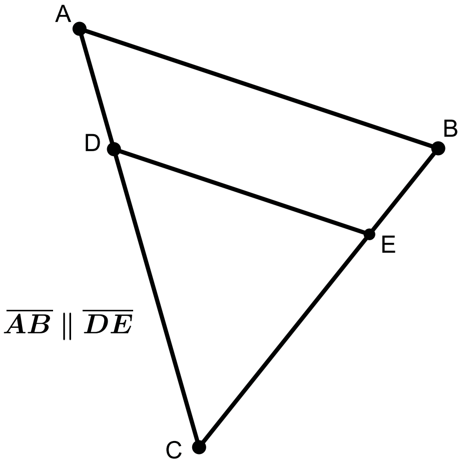
Por ejemplo: $\alpha = \beta \quad \theta = \delta$



12. Agustín y Tiara están haciendo la tarea de matemática: tienen que decidir si los triángulos ACB y DCE son semejantes o no lo son.

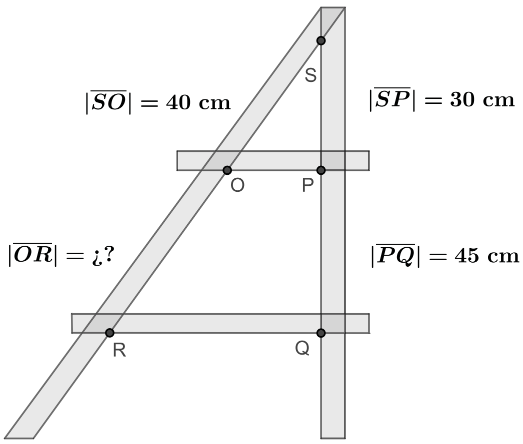
- Agustín dice que no es posible saberlo porque no se conocen las medidas de los lados y de los ángulos de cada triángulo.
- Tiara dice que se puede resolver igual, aunque no se disponga de esos datos.

¿Quién tiene razón? Expliquen por qué.



13. Alejo está construyendo una repisa y le falta colocar el soporte en el punto de apoyo R.

¿A qué distancia del punto de apoyo O debe colocar ese soporte, para que los estantes queden paralelos?

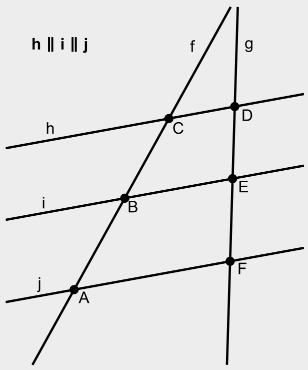


PARA RECORDAR

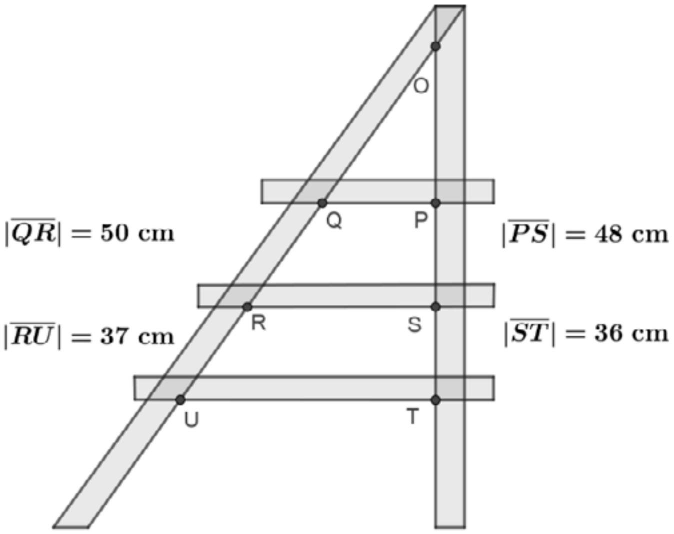
Teorema de Thales

Si dos rectas *f* y *g* son cortadas por rectas paralelas (en la figura: *h*, *i*, *j*), los segmentos que se determinan en una de las rectas (por ejemplo, en la recta *f*) son proporcionales a los segmentos correspondientes en la otra (por ejemplo, en la recta *g*). Por ejemplo:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{FE}}{\overline{ED}}$$



14. Alejo construyó otra repisa y ubicó los estantes como se muestra en la figura. ¿Están paralelos los estantes? Expliquen cómo lo pensaron.



15. A la cumbre del Cerro Dos Picos, que tiene una altura máxima de 1.400 metros sobre el nivel del mar, se puede acceder por medio de un sendero recto de 3.000 metros de extensión ubicado sobre la ladera del cerro. Un grupo de turistas que está realizando el ascenso se detiene para un descanso en la Cueva de los Carpinchos, que se encuentra a 1.000 metros sobre el nivel del mar. ¿Cuántos metros del sendero recorrieron?

16. Para cada una de las afirmaciones, indiquen si son verdaderas o falsas. Justifiquen su decisión.

a. Todos los cuadrados son semejantes.

b. Si dos triángulos rectángulos tienen uno de sus ángulos agudos de la misma medida, entonces son semejantes.

c. Todos los triángulos isósceles son semejantes.

17. Sabiendo que en un triángulo la amplitud del ángulo comprendido entre dos lados es 30° y que en otro triángulo dos lados miden 5 cm y 6 cm, ¿pueden determinar si los triángulos son semejantes?

18. Un poste vertical de 5 m de alto proyecta una sombra de 3 m. ¿Cuál es la altura de un árbol que a la misma hora proyecta una sombra de 2,5 m?

Actividades para seguir estudiando

¿Cuándo dos figuras son semejantes?
(https://bit.ly/47UhzHP)

Revisamos lo que aprendimos
¿En qué tipo de situaciones puede utilizarse el teorema de Thales?

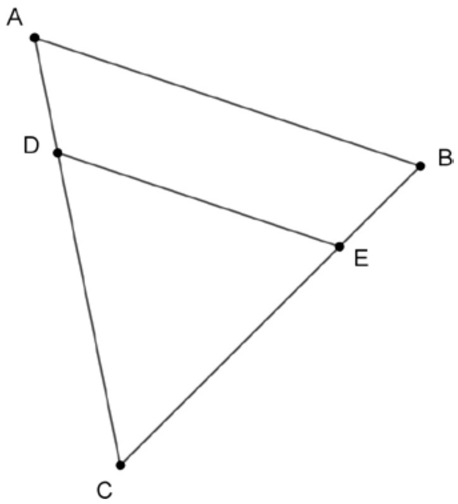
Antes de empezar

Revisen en sus carpetas lo trabajado en relación con la semejanza de figuras y respondan: ¿Cuándo se dice que dos o más figuras son semejantes? ¿Cuándo dos triángulos son semejantes?

1. Para la siguiente figura, se sabe que $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$, es decir, ambos segmentos son paralelos.
Se conocen además las medidas de los segmentos:
$|\overline{CE}| = 20$; $|\overline{EB}| = 30$; $|\overline{CD}| = 18$; $|\overline{DA}| = 27$; $|\overline{AB}| = 12{,}5$; $|\overline{DE}| = 5$
Resuelvan:

a. Escriban las proporciones que se puedan formar entre loslados de los triángulos ABC y CDE.

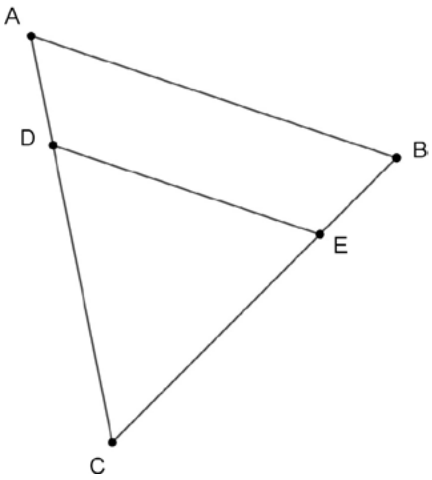
b. Dibujen, con GeoGebra, otro esquema similar a este conotras medidas ¿Qué condiciones debe respetar la nueva figura para que se mantengan las proporciones?



GeoGebra
https://bit.ly/3SmtkRr

Pista: Recuerden que una proporción es una igualdad de la forma $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

2. Utilizando el teorema de Thales y considerando los datos dados, determinen las longitudes de los segmentos *x* e *y* en cada uno de los siguientes casos.



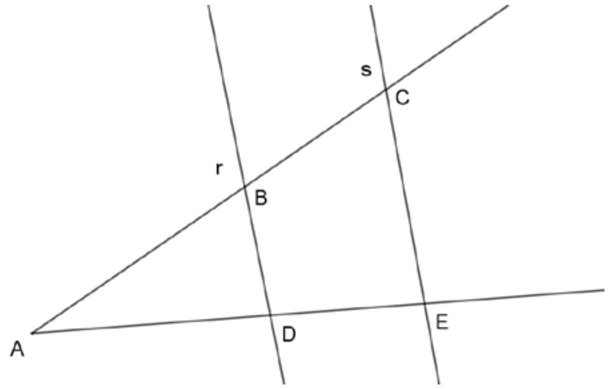
a. $|\overline{AD}| = 3$; $|\overline{DC}| = 5$; $|\overline{EB}| = 4$; $|\overline{CB}| = x$
b. $|\overline{CD}| = 20$; $|\overline{DA}| = 30$; $|\overline{CB}| = 32$; $|\overline{CE}| = x$
c. $|\overline{CD}| = 4$; $|\overline{DA}| = 3$; $|\overline{CE}| = 5$; $|\overline{EB}| = x$
d. $|\overline{CD}| = x$; $|\overline{DA}| = 3$; $|\overline{CE}| = y$; $|\overline{EB}| = 2$; $|\overline{DE}| = 6$; $|\overline{AB}| = 8$
e. $|\overline{CD}| = 3$; $|\overline{CA}| = 7$; $|\overline{DE}| = x$; $|\overline{AB}| = 8$

Para todos los casos, consideren a los segmentos de extremos A y B y D y E paralelos, es decir, $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$.

Pista: Tengan en cuenta que la figura presentada es solo a modo de análisis, no respeta ninguna de las medidas indicadas (las figuras de análisis resultan por lo general muy útiles para organizar los datos disponibles). Por otra parte, en caso de que lo necesiten, pueden visitar el siguiente enlace que los llevará a una imagen con el enunciado del teorema en cuestión.

3. ¿Son paralelas las rectas *r* y *s*? Justifiquen su respuesta.

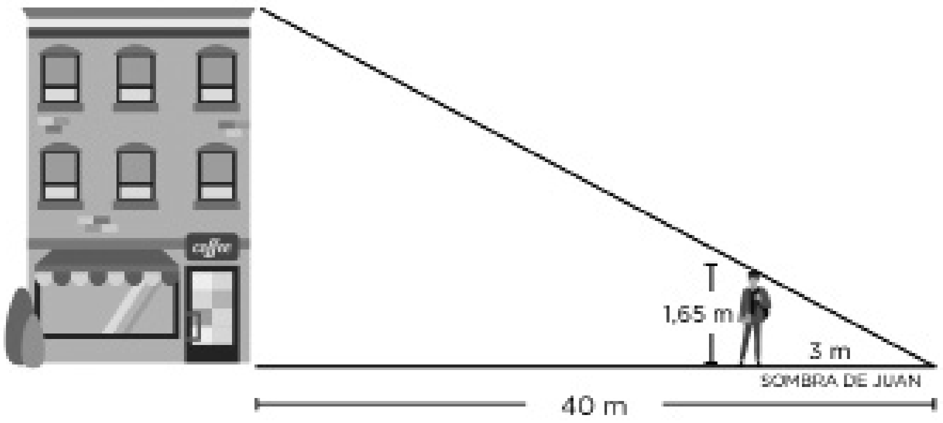
$|\overline{AB}| = 8$
$|\overline{BC}| = 5$
$|\overline{AD}| = 7$
$|\overline{AE}| = 11$



Pista: Recuerden que al cortar dos lados de un ángulo por dos paralelas, la razón (cociente) de las medidas de dos segmentos situados en uno de los lados es igual a la de las correspondientes en el otro. Asimismo, las medidas de los segmentos determinados en un lado de un ángulo por dos paralelas, transversales a dicho lado, son proporcionales a las medidas de los segmentos determinados en el otro lado.

4. Los vecinos y las vecinas de un barrio de casas bajas necesitan saber si el nuevo edificio que construyeron cumple con la reglamentación respecto de la altura que puede alcanzar. Saben que en determinado momento, el edificio proyecta una sombra de 40 m de longitud. Al mismo tiempo, Juan, de 1,65 m de estatura proyecta una sombra de 3 m. ¿Cuál será la altura del edificio?

En el dibujo siguiente podemos ver representada la situación.



Pista: Piensen cuáles son los triángulos que quedan determinados en esta situación y planteen las relaciones que consideren convenientes a partir de los datos dados.

Antes de terminar

A partir de las actividades trabajadas, hagan una síntesis explicando el tipo de situaciones que pueden resolver utilizando el teorema de Thales. Pueden realizarla en sus carpetas, un afiche o similar.

Para profundizar

Utilizando el teorema de Thales, ¿cómo pueden hacer para dividir un segmento en 5 partes iguales? Justifiquen su respuesta.

Investiguen qué otro tipo de situaciones pueden resolver utilizando este teorema.

Números racionales

Densidad de los números racionales

A continuación les proponemos distintas actividades en las que tendrán que buscar números racionales que se encuentren entre dos números. Recuerden que los números racionales se pueden escribir en forma de fracción o mediante una expresión decimal.

1. En cada caso, escriban cinco números racionales distintos que estén entre cada par de números.

a. Entre 2 y 3.
b. Entre –1 y –0,5.
c. Entre 1,2 y 1,4.
d. Entre 0 y $\frac{1}{4}$.

Pistas para resolver esta actividad
https://bit.ly/3vXtwz6

2. a. ¿Es posible encontrar una fracción con denominador 9 entre $\frac{1}{3}$ y $\frac{4}{9}$? Si responden que sí, ¿cuántas más podrían hallar? Si piensan que no, expliquen por qué.
b. ¿Es posible encontrar una fracción con denominador 18 entre $\frac{1}{3}$ y $\frac{4}{9}$? Si responden que sí, ¿cuántas más podrían hallar? Si piensan que no, expliquen por qué.
c. ¿Es posible encontrar una fracción con denominador 27 entre $\frac{1}{3}$ y $\frac{4}{9}$? Si responden que sí, ¿cuántas más podrían hallar? Si piensan que no, expliquen por qué.
d. ¿Cuántas fracciones hay entre $\frac{1}{3}$ y $\frac{4}{9}$?

3. a. Escriban, si es posible, un número racional que esté entre 2,35 y 2,36.
b. ¿Cuántos números de dos cifras decimales hay entre 2,35 y 2,36?
c. ¿Cuántos números de tres cifras decimales hay entre 2,35 y 2,36?
d. ¿Cuántos números hay entre 2,35 y 2,36?

4. En cada caso, indiquen si la afirmación es verdadera o falsa. Justifiquen sus conclusiones.
a. No existen fracciones entre $\frac{4}{7}$ y $\frac{5}{7}$.
b. Entre dos fracciones distintas siempre es posible encontrar otra.
c. Entre 7,3 y 7,4 hay exactamente 9 números.
d. El anterior a $\frac{23}{7}$ es $\frac{22}{7}$.
e. El siguiente de 0,1 es 0,2.
f. Entre dos números racionales siempre es posible encontrar un número entero.

PARA RECORDAR

Una propiedad del conjunto de los números racionales es la **densidad**: entre dos números racionales distintos siempre es posible encontrar otro número racional.

Como consecuencia de esta propiedad se cumple que:

- Entre dos números racionales distintos hay infinitos números racionales.
- Los números racionales no tienen siguiente ni anterior.

Orden de los números racionales

A continuación les proponemos actividades para seguir estudiando los números racionales.

1. Ordenen los siguientes números de menor a mayor:

$-1,\overset{\frown}{2}$ $\quad -\frac{7}{4}$ $\quad \frac{25}{50}$ $\quad -1,2$ $\quad \frac{12}{25}$ $\quad -1$ $\quad -\frac{7}{5}$ $\quad 3$ $\quad \frac{16}{5}$

2. a. Escriban tres fracciones mayores que 2,5.

b. Escriban tres fracciones menores que −0,5.

c. Escriban tres fracciones que sean mayores que 1,5 y menores que 1,75.

PARA RECORDAR

Un número racional puede admitir una expresión decimal finita o una expresión decimal periódica.

1,43 es una expresión decimal finita porque la parte decimal del número está compuesta por dos cifras. Además, se puede expresar como la fracción $\frac{143}{100}$.

$0,\overset{\frown}{1}$ es una expresión decimal periódica porque en la parte decimal sus cifras se repiten infinitamente a partir de cierto lugar, en este caso, los décimos. Por otro lado, su expresión fraccionaria es $\frac{1}{9}$.

3. Para cada uno de los siguientes pares de números, propongan una expresión decimal finita y una expresión decimal periódica que esté entre ellos.

a. $6,5$ y $6,\overset{\frown}{6}$

b. $\frac{1}{9}$ y 0,2

c. −0,25 y −0,24

d. 1 y $\frac{10}{9}$

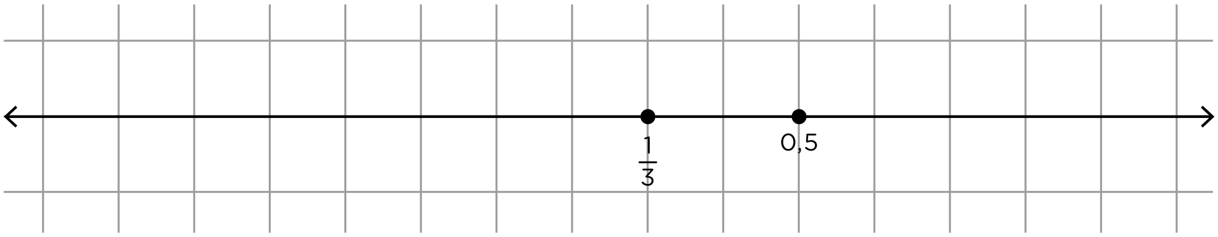
e. $-\frac{1}{9}$ y 0

f. $\frac{1}{3}$ y $\frac{2}{3}$

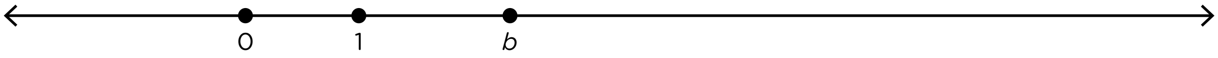
4. Completen cada uno de los espacios vacíos con los símbolos < ; > O = según corresponda. Luego, expliquen sus respuestas.

a. 4,567 4,5661
b. $3,\overparen{45}$ 3,45
c. $-2,\overparen{6}$ .... −2,6
d. $\frac{1}{3}$ .... $\frac{3}{5}$
e. $\frac{11}{9}$ .... $1,\overparen{02}$
f. $\frac{1}{3}$ .... $0,\overparen{43}$

5. En la siguiente recta numérica están representados el $\frac{1}{3}$ y el 0,5. Ubiquen, aproximadamente los números: $-\frac{1}{6}$; 0 ; $0,\overparen{6}$ y $\frac{1}{4}$.



6. En la siguiente recta numérica están ubicados el 0, el 1 y el número racional *b*.



Ubiquen los números: $-b$; $b+1$; $2b$; $-(b+1)$; $\frac{(2b + 1)}{2}$

7. Lucía tenía que inventar un número que esté entre 3,12 y 3,13. Ella propuso lo siguiente:

3,121231234123451234561234567

a. ¿Qué criterio utilizó Lucía para escribir la parte decimal?
b. Si se pudiera seguir agregando cifras decimales al número original siguiendo el criterio que estableció Lucía, ¿están en condiciones de afirmar que el número decimal es periódico?
c. ¿Cuál es la fracción que representa el número que inventó Lucía?
d. ¿El número que pensó Lucía es racional? ¿Cómo pueden explicarlo?

8. Estas son algunas estrategias que se pueden poner en juego para comparar números racionales.

- Determinar la expresión decimal de cada fracción y luego compararlas.
- Buscar fracciones equivalentes con igual denominador y, una vez obtenidas esas fracciones, comparar los numeradores.
- Buscar fracciones equivalentes con igual numerador y, una vez obtenidas esas fracciones, comparar los denominadores.

- Comparar los números propuestos con otros números conocidos. Por ejemplo, compararlos con 1 o con $\frac{1}{2}$.

a. Indiquen si las utilizaron para resolver el algunos de los problemas anteriores.
b. Escriban un ejemplo para cada una de las estrategias mencionadas.
c. Si utilizaron o conocen alguna otra estrategia, escríbanla y muestren un ejemplo.

Operaciones con números racionales

En esta oportunidad les proponemos avanzar con actividades que involucran las operaciones con números racionales.

1. ¿Cuánto hay que sumarle a los siguientes números para obtener el resultado indicado en cada caso?

a. $-0,2 + \ldots\ldots\ldots\ldots = 1$
b. $-0,\widehat{2} + \ldots\ldots\ldots\ldots = 1$
c. $\frac{17}{8} + \ldots\ldots\ldots\ldots = 2$
d. $1 + \ldots\ldots\ldots\ldots = 0,\widehat{1}$

2. Sabiendo que $36 \cdot 12 = 432$, averigüen el resultado de los siguientes cálculos, sin hacer la cuenta.

a. $36 \cdot 1,2 =$
b. $3,6 \cdot 12 =$
c. $0,36 \cdot 12 =$
d. $36 \cdot 0,12 =$

3. En cada caso, completen el espacio vacío para que se cumpla la igualdad.

a. $\frac{1}{6} \cdot \ldots\ldots = 1$
b. $\frac{7}{6} \cdot \ldots\ldots = 1$
c. $1 : \ldots\ldots = \frac{4}{9}$
d. $\frac{1}{6} \cdot \ldots\ldots = 3$
e. $\frac{2}{3} \cdot \ldots\ldots = 1$
f. $1 : \ldots\ldots = 0,5$
g. $7 \cdot \ldots\ldots = 1$
h. $1 : \ldots\ldots = 5$
i. $1 : \ldots\ldots = -\frac{6}{13}$

4. a. Si *p* es un número racional positivo, ¿es cierto que $1,8 \cdot p$ siempre es mayor que 1,8?
b. Si *q* es un número racional positivo, ¿es cierto que $1,8 : q$ siempre es menor que 1,8?

5. Decidan la validez de cada una de las siguientes expresiones. Expliquen sus respuestas.

a. $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = 3 \cdot \frac{3}{4}$
b. $\left(\frac{5}{7}\right)^2 = \frac{25}{14}$
c. $\left(-\frac{2}{11}\right)^2 = \frac{4}{121}$
d. $\left(\frac{5}{4}\right)^3 < \frac{5}{4}$
e. $(0,7)^4 < 0,7$
f. $\left(-\frac{3}{5}\right)^3 = \left(\frac{3}{5}\right)^3$

PARA TENER EN CUENTA

Si a y b son números enteros distintos de cero y c un número natural, se cumple que $\left(\frac{a}{b}\right)^{-c} = \left(\frac{b}{a}\right)^{c}$

6. En cada caso, ¿es posible asignar valores enteros al número p para que se cumpla la validez de las siguientes expresiones?

a. $\left(-\frac{4}{5}\right)^{p} = -\frac{64}{125}$

b. $(0{,}5)^{p} = 0{,}25$

c. $\left(\frac{4}{3}\right)^{p} = \frac{9}{16}$

d. $\left(\frac{10}{3}\right)^{p} < \frac{10}{3}$

e. $4^{p} > 4$

f. $\left(-\frac{1}{2}\right)^{p} < 0$

Actividades para seguir estudiando

¿Cómo funcionan las diferentes calculadoras con los números racionales?

1. Resuelvan las siguientes actividades.

a. Escriban tres divisiones distintas entre números enteros que den como resultado 1,2. Pueden usar la calculadora.

b. Para cada caso, escriban tres divisiones entre números enteros que den como resultado:

- 0,4
- –2,25
- $1{,}\widehat{3}$

Comparen sus respuestas con las de sus compañeros/as. ¿Cuántas divisiones se pueden encontrar en cada caso? ¿Por qué?

Pista: Para la actividad 1.a., por ejemplo, como 1,2 es un número decimal, podés escribir la división 12 : 10 = 1,2. Otra división con la que se obtiene el mismo resultado es 24 : 20 = 1,2.

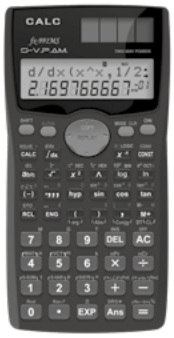
2. Josefina resolvió la división 123 : 25 con la calculadora del teléfono celular y en el visor le apareció lo siguiente.

a. ¿Cuál es el resultado de la división? ¿Por qué aparecen dos números?

b. Realicen la cuenta con la calculadora científica y observen qué resultado se obtiene. Anoten las similitudes y diferencias que encuentren con la calculadora común y con la del teléfono celular.

Pista: A continuación les mostramos imágenes de algunas calculadoras y de aplicaciones que puede traer el teléfono celular o que se pueden descargar gratis. Si bien las aplicaciones pueden tener diferentes características y funciones, la mayoría de ellas tienen en común que, al rotar el celular, aparece una calculadora científica.

Calculadora común.



Calculadora científica.

Al rotar el teléfono celular, aparece la calculadora científica.

Aplicación para teléfono celular. Calculadora común.

3. Violeta resolvió la siguiente cuenta con la calculadora científica: 147 : 99. El resultado que obtuvo fue: 1.48484848485. En cambio, Josefina hizo la misma cuenta con la calculadora del teléfono celular y obtuvo este resultado: 1.484848484848. ¿Por qué obtuvieron dos resultados diferentes?

> En las calculadoras se utiliza el punto en lugar de la coma para separar la parte entera de las cifras decimales.

Pista: Las calculadoras tienen un visor que les permite mostrar números de hasta cierta cantidad de dígitos. Cuando los números tienen más dígitos que la cantidad que la calculadora admite, algunas de ellas redondean el número y otras lo truncan.

4. Resuelvan las siguientes actividades.

a. Investiguen qué significa redondear y truncar números y regístrenlo en sus carpetas. Incluyan ejemplos de cada uno.

b. Investiguen cómo funcionan sus calculadoras y registren lo observado en sus carpetas.

5. Josefina dice que el número que obtuvo en la división de la actividad 3 es una expresión decimal periódica. Violeta dice que el resultado de la división no es periódico.

a. ¿Quién tiene razón y por qué?

b. Si hacen la cuenta con lápiz y papel (sin usar calculadora), ¿cómo se dan cuenta de si el resultado de la división es o no es una expresión decimal periódica?

Pista: Al hacer la cuenta con lápiz y papel, observen qué pasa con los restos que van obteniendo.

Antes de terminar

Realicen un listado de las similitudes y diferencias que encontraron entre las calculadoras y aplicaciones utilizadas. Registren lo que aprendieron o revisaron sobre los números racionales y las aproximaciones por redondeo y truncamiento. Anoten las dudas que tengan para consultarlas luego con el/la docente de Matemática.

Para profundizar

¿En qué situaciones de la vida cotidiana les parece que pueden utilizarse el redondeo o el truncamiento y para qué?

Actividades para seguir estudiando

¿Cómo trabajan las calculadoras con las expresiones decimales de números reales?
(https://bit.ly/47McVeN)

PARA REVISAR Y REFLEXIONAR

Escriban, en sus carpetas, un listado de las ideas y de los ejemplos de lo que aprendieron con estas actividades. Las siguientes preguntas son para ayudarlas/os a pensar:

- ¿Qué les resultó más fácil? ¿Y más difícil?
- ¿Qué cosas nuevas aprendieron?
- ¿Qué errores tuvieron al resolver los problemas? ¿Cómo los identificaron?

Escriban un listado de las cuestiones que les parezcan importantes recordar sobre lo que estuvieron trabajando en Matemática.

Por ejemplo: cuando se ordenan expresiones decimales, hay que observar primero la parte entera y luego la parte decimal en orden. Es decir que si la parte entera es igual, primero se comparan los décimos y, si estos son iguales, se comparan los centésimos, luego los milésimos y así cifra por cifra.

Funciones

Parte I. Función lineal

En estas páginas encontrarán diferentes actividades para revisar algunas ideas acerca de las funciones lineales, que posiblemente estudiaron el año pasado. La intención es que aborden estas actividades con los conocimientos y las herramientas de las que disponen, y que, con el acompañamiento docente, puedan seguir avanzando en el estudio de nuevas situaciones. Es importante que, para cada una de las actividades, puedan justificar las decisiones que toman para poder resolverlas.

1. En una distribuidora de alimentos, distribuyen ciertos paquetes de fideos en cajas que contienen la misma cantidad de paquetes.

a. Completen la siguiente tabla que relaciona la cantidad de cajas y la cantidad de paquetes de fideos que hay en cada una de ellas.

Cajas (*C*)	8	24	32	40		
Paquetes de fideos (*P*)	112				700	1.120

b. ¿Cuántas cajas se necesitan para distribuir 1.302 paquetes de fideos?

c. Decidan cuál o cuáles de las siguientes fórmulas permiten calcular la cantidad de paquetes de fideos (*P*) que se pueden distribuir en una determinada cantidad de cajas (*C*).

$P = 112 \cdot C$ $\qquad$ $P = 14 \cdot C$ $\qquad$ $C = 14 \cdot P$

2. a. A partir de las tablas que se presentan a continuación, expliquen por qué la primera corresponde a una relación de proporcionalidad directa y por qué la segunda, no.

x	2	4	6	8
y	18	36	54	72

x	2	4	6	8
y	18	30	42	54

b. En la segunda tabla, ¿qué regularidades pueden identificar entre los valores que toman las variables?

3. Javier tenía treinta mil pesos ahorrados y decidió gastar ese dinero en los meses siguientes. En septiembre gastó $5.000 de ese monto. ¿Se puede saber cuánto dinero de sus ahorros tendrá en diciembre?

4. Una sustancia se encuentra a una temperatura de −6 °C y, a partir de un determinado momento, comienza a subir 0,25 °C por minuto. ¿Es posible saber la temperatura de la sustancia luego de 20 minutos?

5. Una empresa de telefonía cobra $300 fijos por el mantenimiento mensual de la línea y, además, $20 por minuto de comunicación.

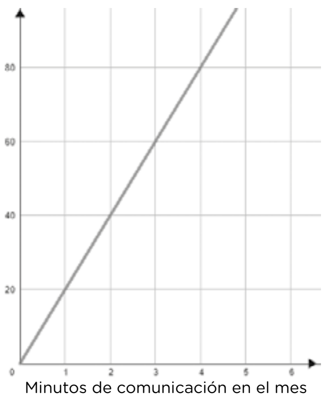
a. ¿Cuánto tendrá que pagar una persona que utiliza el servicio de comunicación 50 minutos en un mes?

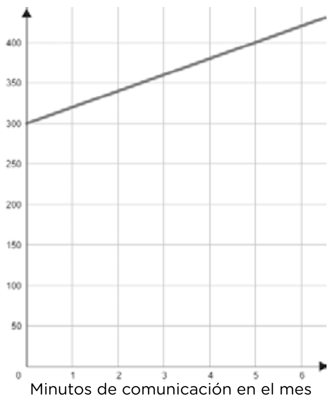
b. Completen la siguiente tabla.

Minutos de comunicación	0	15	30	45	50,5	100
Monto mensual que se debe pagar (en $)						

c. Propongan una fórmula que les permita calcular el monto mensual a pagar (en $) a partir de los minutos de comunicación consumidos durante ese periodo.

d. ¿Qué información aporta cada uno de los siguientes gráficos en el contexto de este problema? Expliquen cada una de sus respuestas.





6. El siguiente gráfico representa el proceso de llenado de un tanque de agua con una capacidad de 2.000 litros.

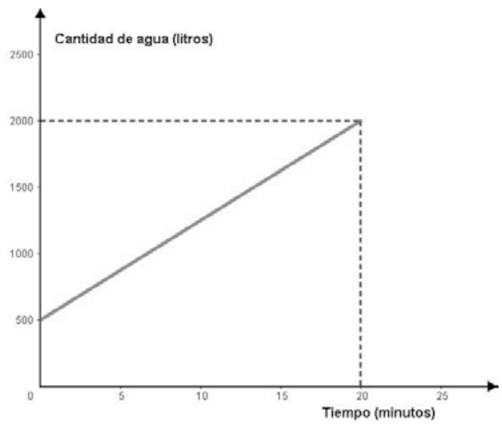
a. ¿Cuántos litros de agua tenía inicialmente el tanque?

b. ¿Cuánto tiempo tardó en llenarse?

c. ¿Cuántos litros de agua entraron en el tanque por minuto?

d. ¿Cuántos litros había en el tanque luego de 16 segundos?

e. Escriban una fórmula que represente la relación entre la cantidad de agua en el tanque y el tiempo desde que comienza a llenarse.



G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación | Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa

7. Inventen una situación de variación uniforme en la que una de las variables aumente y la otra disminuya.

8. ¿Cuáles de las siguientes fórmulas representan funciones lineales?

a. $f(x) = x^2 + 5$

b. $g(x) = x + 5$

c. $m(x) = 12x - 4 - 14x$

d. $n(x) = 2^x + 5$

e. $h(x) = 3 \cdot (2x^2 + 1) - 4x - 6x^2$

9. De las funciones lineales que seleccionaron en la actividad anterior, ¿cuáles son crecientes y cuáles decrecientes? Expliquen cómo se dieron cuenta.

10. A partir de lo trabajado en las actividades anteriores, respondan: ¿qué condiciones debe cumplir una función para que sea considerada una función lineal?

11. Decidan, en cada caso, si las relaciones entre variables que se describen a continuación determinan una función lineal.

a. La longitud del lado de un cuadrado y el valor de su perímetro.

b. La longitud del lado de un cuadrado y el área de la figura.

c. La longitud de la arista de un cubo y el volumen del cuerpo.

12. Camila trabaja en una empresa que tiene un tanque de agua que se llena con una bomba, siempre al mismo ritmo. Esta mañana tuvo que registrar en una tabla el volumen de agua que contenía el tanque en ciertos momentos. Cuando se encendió la bomba el tanque ya contenía algo de agua. Por una distracción, no pudo observar la marca del volumen a los 90 minutos. ¿Cuál podría haber sido la cantidad de agua en ese momento?

Tiempo desde que se encendió la bomba (minutos)	Volumen de agua en el tanque (litros)
30	390
60	600
90	
100	880
120	1020

13. Se desea llenar una pileta chica de lona con una manguera. En el momento de abrir la canilla, la pileta ya contiene algo de agua. Se sabe que, durante el llenado, el agua sale a un ritmo constante.

En la siguiente tabla, se registraron los volúmenes de agua contenidos en la pileta en distintos tiempos medidos a partir de la apertura de la canilla.

Tiempo (minutos)	Volumen de agua (litros)
10	20
40	65
52	83

a. ¿Cuál fue el volumen de agua a los 50 minutos?
b. ¿Cuál fue el volumen de agua a los 51 minutos?
c. ¿Cuál fue el volumen inicial de agua?
d. ¿Será posible encontrar una fórmula que permita calcular el volumen de agua para cada valor del tiempo? Si les parece que sí, propongan alguna y cotéjenla con los datos de la tabla. Si les parece que no, expliquen por qué.
e. Para cada uno de los siguientes gráficos, decidan si puede corresponder a la situación estudiada o no y expliquen por qué.

Gráfico 1

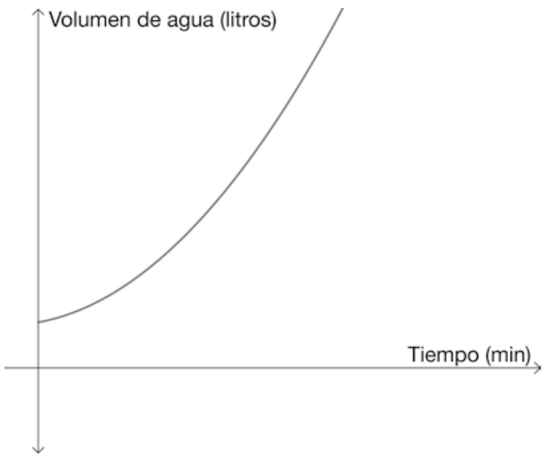


Gráfico 2

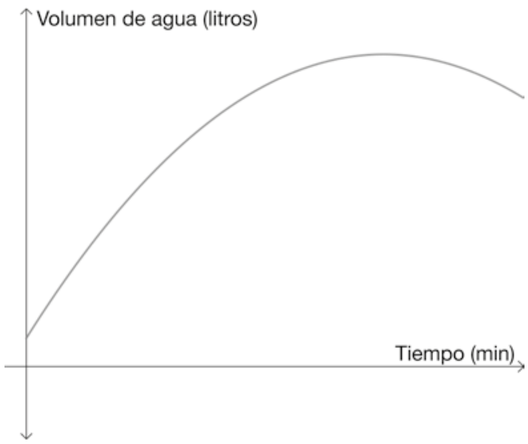


Gráfico 3

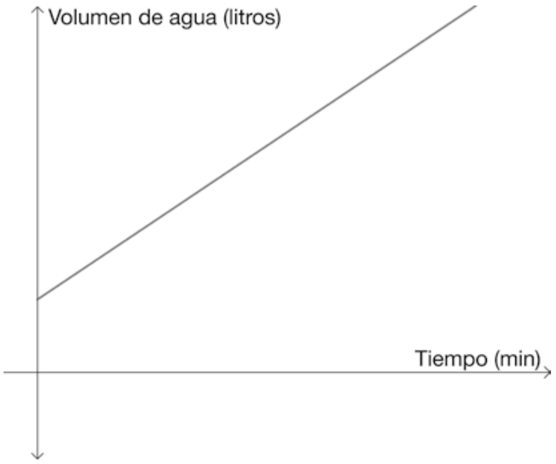


Gráfico 4

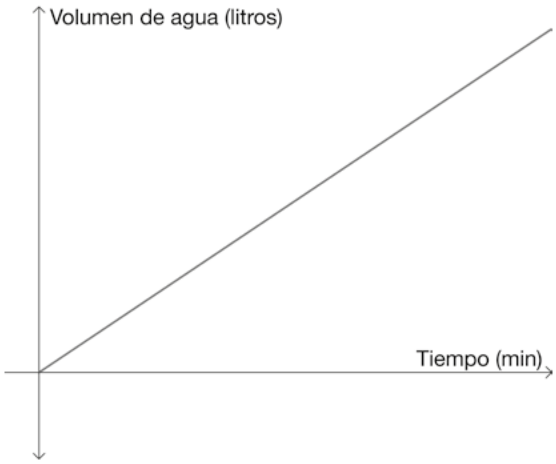
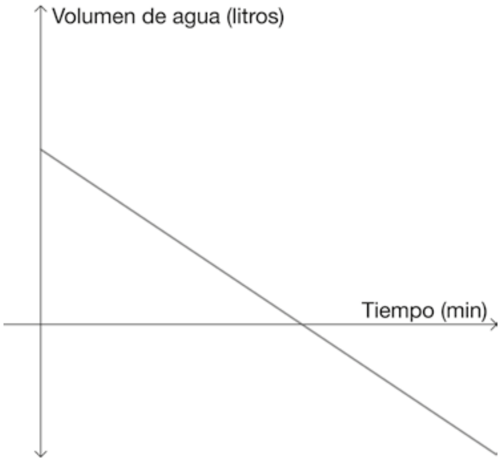


Gráfico 5



14. Clara sale caminando en línea recta desde su casa hacia la casa de su abuela. Ambas viven a 15 cuadras sobre la misma avenida. Desde que parte de su casa, se desplaza siempre a la misma velocidad: tarda 4 minutos en hacer 3 cuadras.

a. ¿Cuál es la distancia de Clara a la casa de su abuela luego de 4 minutos de caminata? ¿Y luego de 6 minutos?

b. Confeccionen un gráfico cartesiano que muestre la distancia de Clara a la casa de su abuela en función del tiempo desde que ella sale de su casa.

c. ¿Es posible, a partir del gráfico de la **consigna b**, averiguar cuánto tiempo tarda Clara en llegar a la casa de su abuela? ¿Cómo?

PARA RECORDAR

- Las situaciones que estudiaron en las actividades anteriores se pueden modelizar mediante funciones de variación uniforme, es decir funciones lineales.
- Para representar las funciones lineales se pueden utilizar, entre otras, tablas, fórmulas y gráficos.
- Las funciones lineales pueden ser representadas mediante fórmulas del tipo $f(x) = m.x + b$.
- Los gráficos que representan funciones lineales son rectas.

15. Se tiene una función lineal $g(x) = \frac{1}{2}\,x + 12$.

a. A partir de la fórmula de la función, Tiara armó una tabla de valores. Para cada valor de x, decidan si está bien calculado o no el valor correspondiente de $g(x)$. En caso de no estarlo, determinen el valor correcto.

x	**g(x)**
–6	9
0	12
1	12,5
2	25

b. ¿Existe algún valor de x para el cual se cumpla que $g(x) = 0$? Si respondieron que sí, calcúlenlo. Si respondieron que no, expliquen por qué.
c. Tiara dice que siempre que x aumenta 2 unidades, $g(x)$ aumenta 1 ¿Están de acuerdo? Expliquen por qué.
d. Agustín dice que siempre que x aumenta 1 unidad, $g(x)$ aumenta 0,5. ¿Están de acuerdo? Expliquen por qué.
e. Confeccionen un gráfico de la función $g(x)$.

16. Se tiene una función lineal $f(x)$ y se sabe que siempre que x aumenta 2 unidades, $f(x)$ disminuye 5. Además $f(4) = –1$. Para cada una de las siguientes fórmulas, decidan si pueden corresponder a $f(x)$ o no y expliquen por qué.

a. $f(x) = \frac{5}{2}x - 11$

b. $f(x) = -5x + 19$

c. $f(x) = -\frac{5}{2}(x-4) - 1$

d. $f(x) = -\frac{2}{5}x + 9$

e. $f(x) = -\frac{5}{2}x + 9$

17. Para cada una de las siguientes tablas:

1.

x	**f(x)**
1	12
3	8
5	4
7	0
9	-4

2.

x	**g(x)**
-2	-3
-1	-1
0	1
1	3
2	5

3.

x	**h(x)**
1	1
2	3
3	5
4	7
5	9

4.

x	**j(x)**
-2	1
0	3
2	5
4	7
6	9

5.

x	*k(x)*
-2	3
-1	0
0	-1
1	0
2	3

6.

x	*m(x)*
-5	-1
0	-1
2	-1
6	-1
9	-1

a. Indiquen cuáles de ellas pueden corresponder a una función lineal y expliquen por qué.

Tabla 1: ....

....

Tabla 2: ....

....

Tabla 3: ....

....

Tabla 4: ....

....

Tabla 5: ....

....

Tabla 6: ....

....

b. Para cada una de las tablas que seleccionaron anteriormente, escriban una fórmula de la función lineal correspondiente.

....

....

....

....

....

....

....

....

Funciones lineales e intersección de rectas

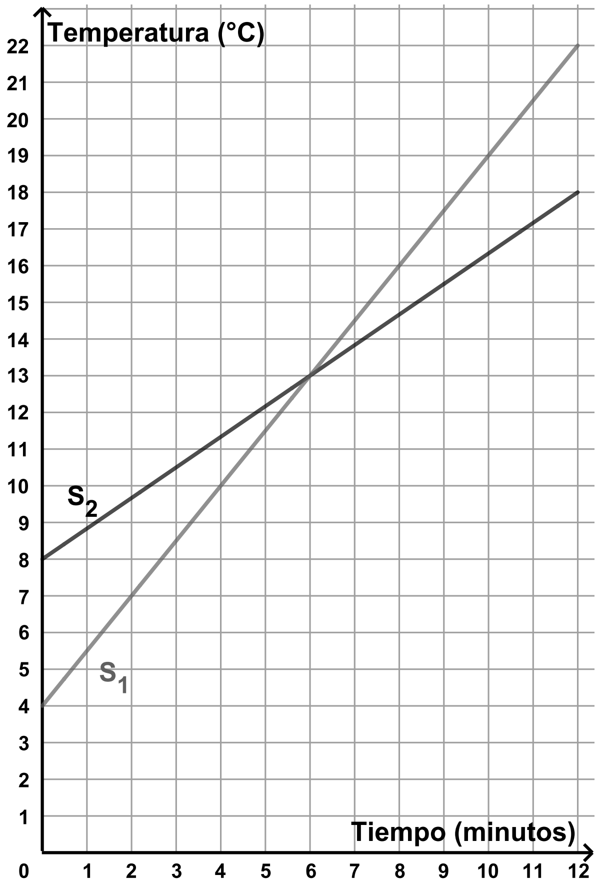
A continuación, les proponemos revisar el trabajo con las funciones lineales para estudiar las intersecciones entre sus gráficos. Es muy importante que, antes de leer las pistas, piensen cada actividad e intenten resolverla.

1. Un club tiene dos piletas iguales con 49.000 litros de capacidad. Una de ellas está llena y se comienza a vaciar con una bomba que extrae agua a un ritmo constante de 3.000 litros por hora. En el mismo momento, se enciende otra bomba para llenar la segunda pileta que está totalmente vacía. Esta bomba carga 4.000 litros de agua por hora a un ritmo constante.
¿Cuánto tiempo transcurrirá desde que se encienden las bombas hasta que ambas piletas tengan la misma cantidad de agua? ¿Cuál será la cantidad de agua en ese momento?

2. En el siguiente gráfico cartesiano se representaron las temperaturas (en °C) de dos sustancias S_1 y S_2 en función del tiempo (en minutos) durante los 12 minutos que duró un experimento.

a. ¿En qué momento la temperatura de ambas sustancias fue la misma? ¿Cuál fue esa temperatura?

b. ¿En qué intervalo de tiempo la temperatura de la sustancia S_2 fue mayor que la temperatura de la sustancia S_1?



Pistas para resolver esta actividad
https://bit.ly/3vXtwz6

Revisamos lo que aprendimos

¿De qué hablamos cuando hablamos de crecimiento lineal?

1. Se utilizó una bomba que vierte agua a ritmo constante para cargar una pileta que ya contenía algo de agua. La siguiente tabla muestra la cantidad de agua que contenía la pileta en determinados momentos luego de encendida la bomba. Analicen la información de la tabla y, luego, respondan las preguntas en sus carpetas.

Tiempo luego de encendida la bomba (min)	Cantidad de agua en la pileta (litros)
10	95
20	175
30	255

a. ¿Qué cantidad de agua contenía la pileta a los 40 minutos de encendida la bomba? ¿Y a los 45?

b. ¿Cuánta agua contenía la pileta a los 41 minutos de encendida la bomba?

c. ¿Cuánta agua había en la pileta antes de encender la bomba?

d. ¿Cuál de las siguientes fórmulas permite calcular la cantidad de agua en la pileta en función del tiempo desde que fue encendida la bomba? Expliquen cómo lo pensaron.

- $f(x) = 10x + 80$
- $f(x) = 8x + 95$
- $f(x) = 8x + 15$
- $f(x) = 10x + 95$

e. Si la pileta tiene una capacidad de 1.015 litros, ¿cuánto tiempo tardó en llenarse?

Pista: No olviden tener en cuenta que la pileta no estaba vacía al momento de encender la bomba.

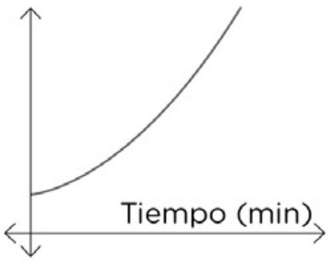
2. Se instaló una bomba que funciona a ritmo constante para desagotar un tanque de combustible que se encontraba lleno. Se sabe que la capacidad total del tanque es de 850 litros y que la bomba extrae 12 litros por minuto. Resuelvan en sus carpetas las siguientes consignas.

a. Escriban una fórmula que permita calcular la cantidad de combustible en el tanque (en litros) a medida que transcurre el tiempo desde que se enciende la bomba (en minutos).

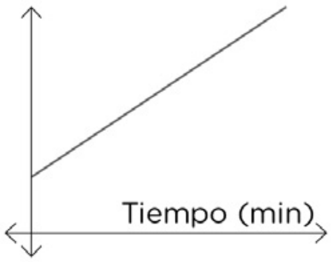
b. Utilicen la fórmula para calcular el tiempo que tarda la bomba en vaciar el tanque.

c. Identifiquen cuál de los siguientes gráficos puede servir para representar la cantidad de combustible que queda en el tanque en función del tiempo transcurrido desde que se enciende la bomba. Expliquen cómo lo pensaron.

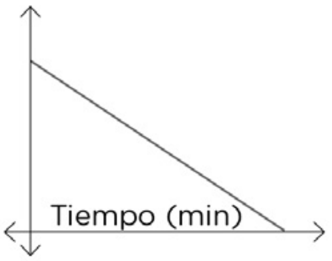
Volumen de combustible (litros)



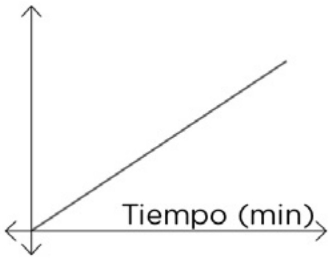
Volumen de combustible (litros)



Volumen de combustible (litros)



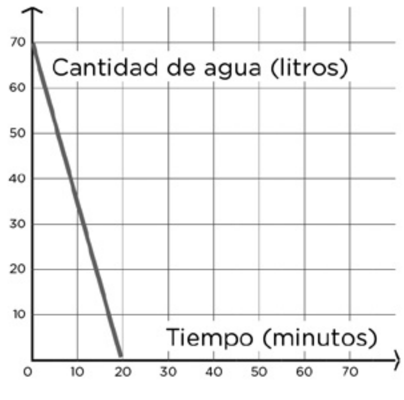
Volumen de combustible (litros)



Pista: Tengan en cuenta que el volumen de combustible en el tanque desciende a medida que pasa el tiempo transcurrido desde que se enciende la bomba.

3. El siguiente gráfico muestra la cantidad de agua (litros) en un tanque a medida que transcurre el tiempo (minutos) desde que se inicia el desagote.
En cada caso, decidan si las afirmaciones son verdaderas o falsas y expliquen por qué en sus carpetas.

a. El tanque se desagota a ritmo constante.
b. El tanque contenía 20 litros de agua al empezar a desagotar.
c. En 10 minutos se desagotaron 35 litros de agua.
d. A los 5 minutos el tanque contenía 50 litros de agua.



4. Inventen un problema que pueda resolverse a partir de la información brindada en el siguiente gráfico. Escríbanlo en sus carpetas.

Pista: Recuerden que cuando el gráfico cartesiano es una recta (o una parte de ella), la variación es constante.

5. Intercambien el problema que plantearon en la **actividad 4** con otro grupo de compañeros/as y resuélvanlo. Luego intercambien las respuestas y analicen las resoluciones de sus compañeros/as. Si encuentran errores, indiquen cuáles fueron.

Antes de terminar

En las actividades de esta ficha resolvieron varios problemas. Identifiquen qué tienen en común y en qué se diferencian. Anoten en sus carpetas las conclusiones.

Para profundizar

Investiguen: ¿cuáles son las funciones lineales? ¿Cómo se pueden representar? ¿Cuándo un gráfico representa una función lineal? ¿Qué características tiene la fórmula de una función lineal?

Parte II. Ecuación de la recta

Ecuaciones lineales con dos variables

A continuación les proponemos distintos problemas en los que tendrán que dar respuesta a determinadas situaciones vinculadas a las ecuaciones. Recuerden qué significa y qué representa el conjunto solución de una ecuación.

1. Juan tiene una carpintería artesanal y en ella fabrica mesas y sillas. Para fabricar una silla emplea 2 horas de trabajo y 4 horas para elaborar una mesa. Juan no realiza trabajos en simultáneo y esta semana quiere trabajar exactamente 40 horas. ¿Cuántas sillas y mesas podrá fabricar?

2. A partir del siguiente enunciado: "la adición entre el doble de un número y el cuádruple de otro es igual a 20"

a. ¿Cuáles son todos los pares de números naturales que lo verifican?

b. Propongan ocho pares de números racionales que verifiquen el enunciado.

c. Si $\frac{1}{4}$ es uno de los números, ¿cuál debería ser el otro para que se cumpla la condición de la consigna?

3. ¿Cuáles de los siguientes pares ordenados es solución de la ecuación $\frac{1}{2}x - y = 8$?

a. (0;8)

b. (16;0)

c. (20;2)

d. (2; 20)

e. (-3; 9,5)

f. $(\frac{1}{2}; \frac{31}{4})$

4. En un sistema de ejes cartesianos, representen gráficamente todas las soluciones de la ecuación $3x + 2y = 16$.

5. Inventen un problema en donde la o las respuestas a dicha situación puedan obtenerse a partir de la ecuación $5x + 2y = 50$.

Ecuación de la recta. Rectas paralelas y perpendiculares

En esta oportunidad, les proponemos avanzar sobre la representación gráfica de rectas y la reconstrucción de sus ecuaciones a partir de cierta información.

1. a. Representen gráficamente, en un mismo sistema de ejes cartesianos, las siguientes rectas:

$$r_1 : y = -\frac{3}{2}x - 6 \qquad r_2 : y = -X - 3 \qquad r_3 : y = 1 - 1{,}5x$$

b. Indiquen si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifiquen cada una de sus respuestas.

- Las tres rectas son decrecientes.
- r_1 y r_2 son rectas paralelas.
- r_1 y r_3 son rectas paralelas.
- 3 es raíz de una de las rectas.

PARA TENER EN CUENTA

- Dos o más rectas son **paralelas** si tienen la misma pendiente,
- Dos rectas son **perpendiculares** si el producto de sus pendientes es igual a -1. Para que esto suceda, las pendientes de las rectas tienen que ser números opuestos e inversos.

Por ejemplo, las rectas $r_4 : y = \frac{3}{4}x + 3$ y $r_5 : y = 2 - \frac{3}{4}x$ son perpendiculares ya que sus pendientes son $\frac{3}{4}$ y $-\frac{3}{4}$ respectivamente. Se verifica que $\frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) = -1$

2. Determinen la ecuación de una recta cuya ordenada al origen sea 8 y que además sea perpendicular a la recta $y = -2 + \frac{2}{5}x$.

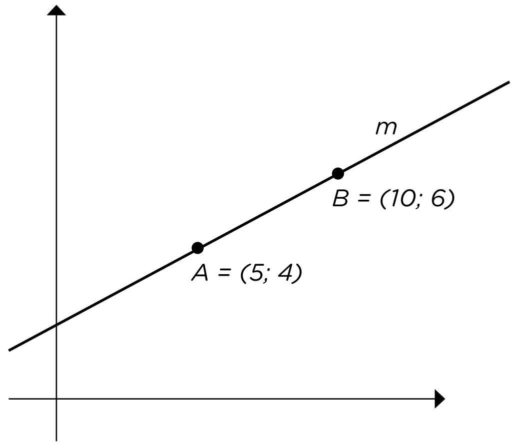
3. Determinen la ecuación de una recta que sea paralela a la recta $y = 4 - 2x$ y que además contenga al punto (10; –21).

4. Determinen la ecuación de una recta que sea perpendicular a m y la recta $y = 3x - 9$ y que además tenga a 18 como raíz.

5. A partir del siguiente gráfico:

a. Determinen la ecuación de la recta m.

b. Determinen la ecuación de una recta perpendicular a m y cuyo gráfico contenga al punto (6; –12) .



Actividades para seguir estudiando

¿Qué son y cómo se resuelven las ecuaciones lineales?
https://bit.ly/47Rla9n

Ecuaciones sin solución y ecuaciones con infinitas soluciones

Ahora van a trabajar con ecuaciones lineales que no tienen solución y con otras que tienen infinitas soluciones.

La ecuación $2x + 1 = 2x + 3$ no tiene solución. Una forma de darse cuenta es observar que, para cualquier valor de x, si se lo multiplica por 2 y luego se suma 1, este cálculo nunca va a dar igual que si a ese mismo valor se lo multiplica por 2 y luego se suma 3. Por ejemplo: para $x = 7$, obtenemos: $2 \cdot 7 + 1 = 15$ y $2 \cdot 7 + 3 = 17$

1. Después de leer el recuadro anterior, resuelvan las siguientes consignas.

a. Indiquen cuáles de las siguientes ecuaciones no tienen solución.

1. $x + 8 = x + 2$

2. $3x - 10 = 5$

3. $4x + 18 = 2x + 2x - 12$

4. $2x - 17 = 3x - 17$

b. Completen las siguientes ecuaciones para que no tengan solución.

1. $3x + 5 = 3x +$ ......

2. ...... $+ 16 = 5x + 1$

3. $25x - 3 =$ ......

4. $234 + x =$ ...... $+ 125$

La ecuación $5x + 10 = 5x + 3 + 7$ tiene infinitas soluciones. Una forma de darse cuenta es observar que, para cualquier valor de x, si se lo multiplica por 5 y luego se suma 10, este cálculo siempre va a dar igual que si a ese mismo valor se lo multiplica por 5 y luego se suma primero 3 y después 7, porque es equivalente a sumar 10. Por ejemplo: para $x = 5$, obtenemos: $5 \cdot 5 + 10 = 35$ y $5 \cdot 5 + 3 + 7 = 35$

2. Después de leer el recuadro anterior, resuelvan las siguientes consignas.

a. Indiquen cuáles de las siguientes ecuaciones tienen infinitas soluciones.

1. $-2x + 23 = -2x + 19 + 4$

2. $5 - 2x = 5 - 2x$

3. $5x + 12 = 3x + 2x + 5$

4. $x + 2x + 3x + 10 = 6x + 12 - 2$

b. Completen las siguientes ecuaciones para que tengan infinitas soluciones.

1. $3x + 5 = 3x +$ ......

2. ...... $+ 1 = -7x + 1$

3. $6x + 2x - 3 =$ ......

4. $4x + x =$ ......

3. En cada caso, completen la ecuación $3x + 1 =$ ...... para que se cumpla que:

a. La única solución sea $x = 3$.

b. La única solución sea $x = -2$.

c. La ecuación tenga infinitas soluciones.

d. La ecuación no tenga solución.

PARA RECORDAR

Al resolver una ecuación lineal con una variable, puede ocurrir que:

- Tenga una única solución. Por ejemplo: $2x + 5 = 20$.
- No tenga solución. Por ejemplo: $2x + 1 = 2x + 7$.
- Tenga infinitas soluciones. Por ejemplo: $2x + 3 = 2x + 2 + 1$.

Actividades para seguir estudiando

¿Cómo aprendemos sobre las rectas usando GeoGebra?
https://bit.ly/3SFEhiB

¿Qué es una ecuación lineal con dos variables?
https://bit.ly/3HHfzYN

PARA REVISAR Y REFLEXIONAR

Escriban, en sus carpetas, un listado de las ideas y de los ejemplos de lo que aprendieron con estas actividades. Las siguientes preguntas son para ayudarlas/os a pensar:

- ¿Qué les resultó más fácil? ¿Y más difícil?
- ¿Qué cosas nuevas aprendieron?
- ¿Qué errores tuvieron al resolver los problemas? ¿Cómo los identificaron?

Escriban un listado de las cuestiones que les parezcan importantes recordar sobre lo que estuvieron trabajando en Matemática.

Por ejemplo: las rectas oblicuas crecientes tienen pendiente mayor que cero y las oblicuas decrecientes tienen pendiente menor que cero.

G.C.A.B.A. | Ministerio de Educación | Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa

Parte III. Función de proporcionalidad inversa

Actividades que involucran funciones de proporcionalidad inversa en diferentes contextos

A continuación, se presentan diversas situaciones que les permitirán estudiar las propiedades de la función de proporcionalidad inversa

1. En la confitería La Unión fabricaron 120 bombones para vender el domingo. Quieren colocarlos todos en varias cajas con igual cantidad de bombones.

a. En los casos que sea posible, completen la tabla que relaciona la cantidad de bombones por caja con la cantidad de cajas necesarias. En las columnas en blanco, agreguen otras posibilidades.

Cantidad de bombones en cada caja	4	6	8	10	12	24	25	30		
Cantidad de cajas										

b. ¿Es posible escribir todos los pares (cantidad de bombones por caja; cantidad de cajas) que se pueden armar? Si responden que sí, hagan una lista con todos los pares. Si responden que no, expliquen por qué no es posible.

2. En una fábrica de bebidas, se elaboró un nuevo producto (jugo natural de naranjas) y se quiere analizar en qué tamaño de envase conviene venderlo. Toda la producción diaria se reparte en envases iguales y en cada uno se coloca la misma cantidad de jugo.

a. Completen la siguiente tabla para que muestre cuántos envases se precisan por día según la capacidad de cada uno de ellos.

Capacidad de cada envase (en litros)	10	5		3	1,5	1		$\frac{1}{2}$	
Cantidad de envases		6	15				40		120

b. ¿Cuántos litros de jugo natural por día prepara esta fábrica? Expliquen cómo obtuvieron ese valor.

c. ¿Es posible escribir todos los pares (capacidad de cada envase, cantidad de envases) que se pueden armar? Si responden que sí, hagan una lista con todos los pares. Si responden que no, expliquen por qué no es posible.

3. Para el último día de clases de segundo año, se organiza una excursión. Para ello, se contrata un micro, con capacidad de hasta 40 personas con un costo fijo de $100.000, que se reparte en partes iguales por la cantidad de pasajeros.

a. Si se completa la capacidad del micro, ¿cuánto paga cada estudiante?

b. Si viajan 20 personas, ¿cuánto debe abonar cada pasajero? ¿Y si viajan 32?

c. La relación entre el precio del viaje y la cantidad de estudiantes que asisten ¿es una relación de proporcionalidad inversa? Si responden que sí, ¿cuál es la constante de proporcionalidad? Si responden que no, expliquen por qué.

d. Decidan cuál o cuáles de las siguientes fórmulas permiten calcular el precio **p** (en $) que paga cada estudiante que viaja, si viajan una cantidad **e** de estudiantes. Explique todas las respuestas.

1. $p = 100.000 \cdot e$

2. $p = \frac{100.000}{e}$

3. $p \cdot e = 100.000$

4. $p = \frac{100.000}{e}$

4. Consideren los rectángulos que tienen 70 cm^2 de área.

a. ¿Cuáles podrían ser las medidas de sus lados? Escriban algunas posibilidades. ¿Cuántas hay?

b. Completen la siguiente tabla con los distintos valores que deben tener la base y la altura. En las columnas en blanco, agreguen otras posibilidades.

Base (en cm)	10		20				
Altura (en cm)		5		2,5			

c. Escriban la fórmula de una función que permita calcular la medida de la altura (en cm), a partir de la medida de la base (en cm) de todos los rectángulos posibles.

d. Decidan cuál o cuáles de los siguientes gráficos pueden corresponder a la función estudiada en las consignas anteriores.

Gráfico 1

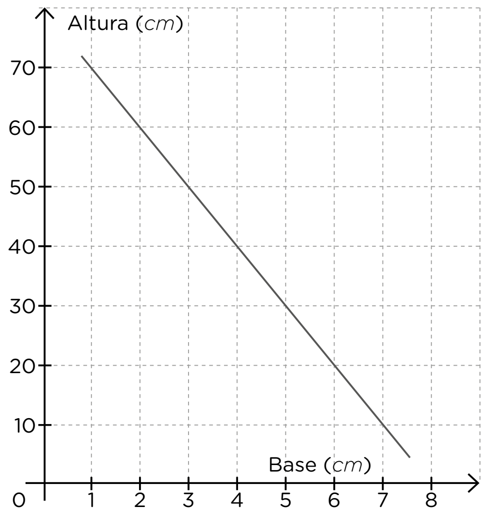


Gráfico 2

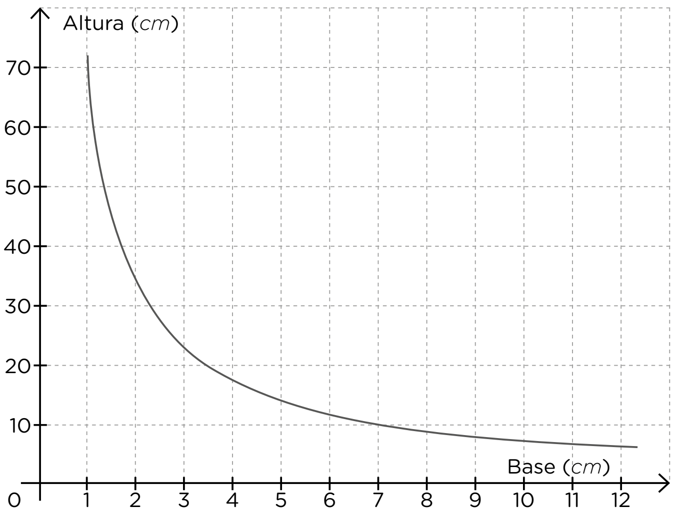


Gráfico 3

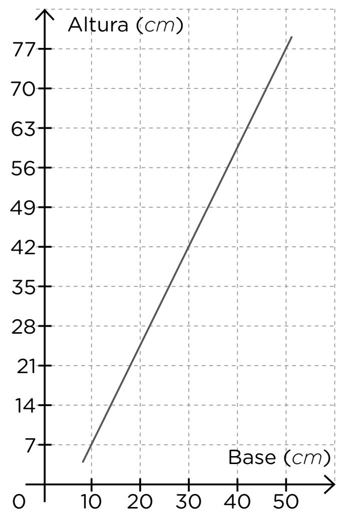
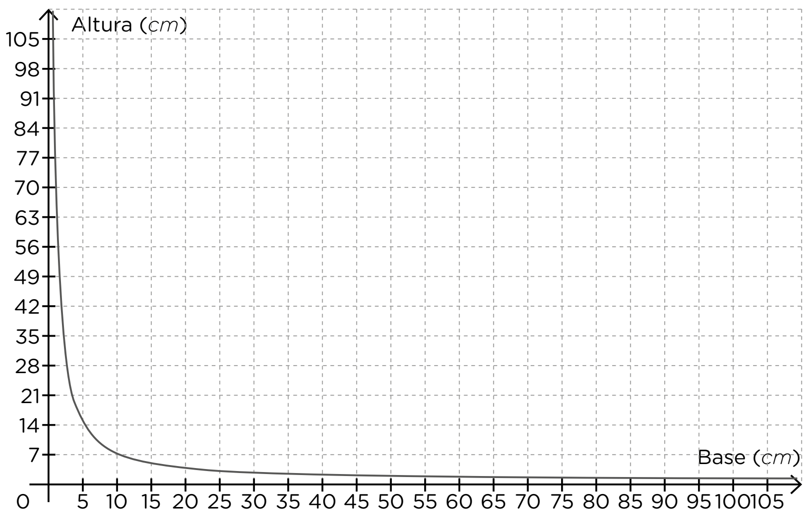


Gráfico 4



e. Para cada una de las siguientes afirmaciones, decidan si son verdaderas o falsas y expliquen por qué.

- A medida que aumenta la medida de la altura del rectángulo, también aumenta la medida de su base.
- El gráfico de esta relación de proporcionalidad inversa no interseca el eje vertical.
- No es posible construir un rectángulo de 70 cm^2 de área cuya base mida 30 cm.

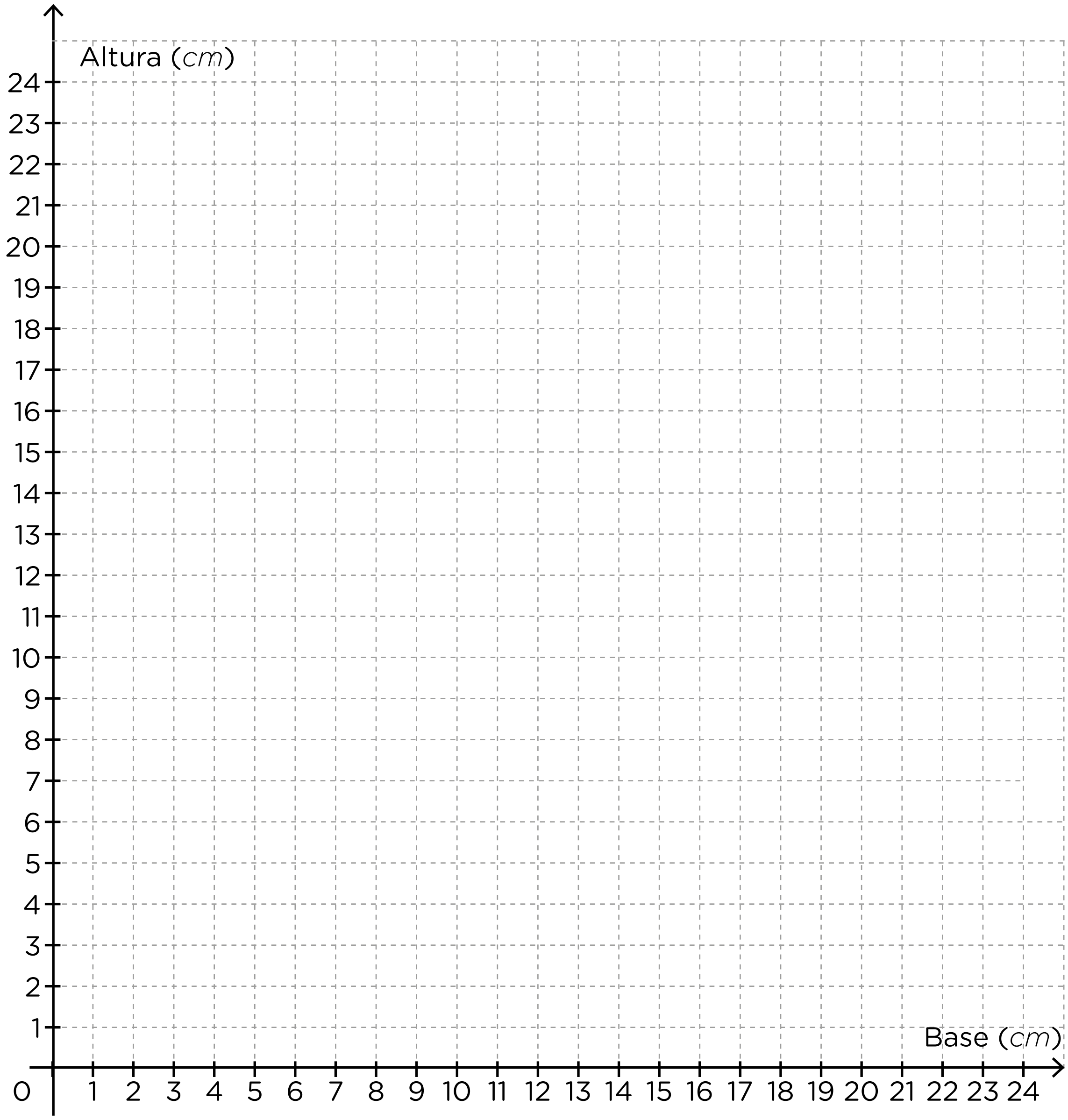
5. La siguiente fórmula permite calcular la medida de la altura A (en cm) de distintos rectángulos que tienen todos la misma área, a partir de la medida de su base *b* (en cm): $A(b) = \frac{24}{b}$

a. ¿Cuánto mide la altura de uno de estos rectángulos si se sabe que su base mide 8 cm? ¿Y si la base mide 6 cm?

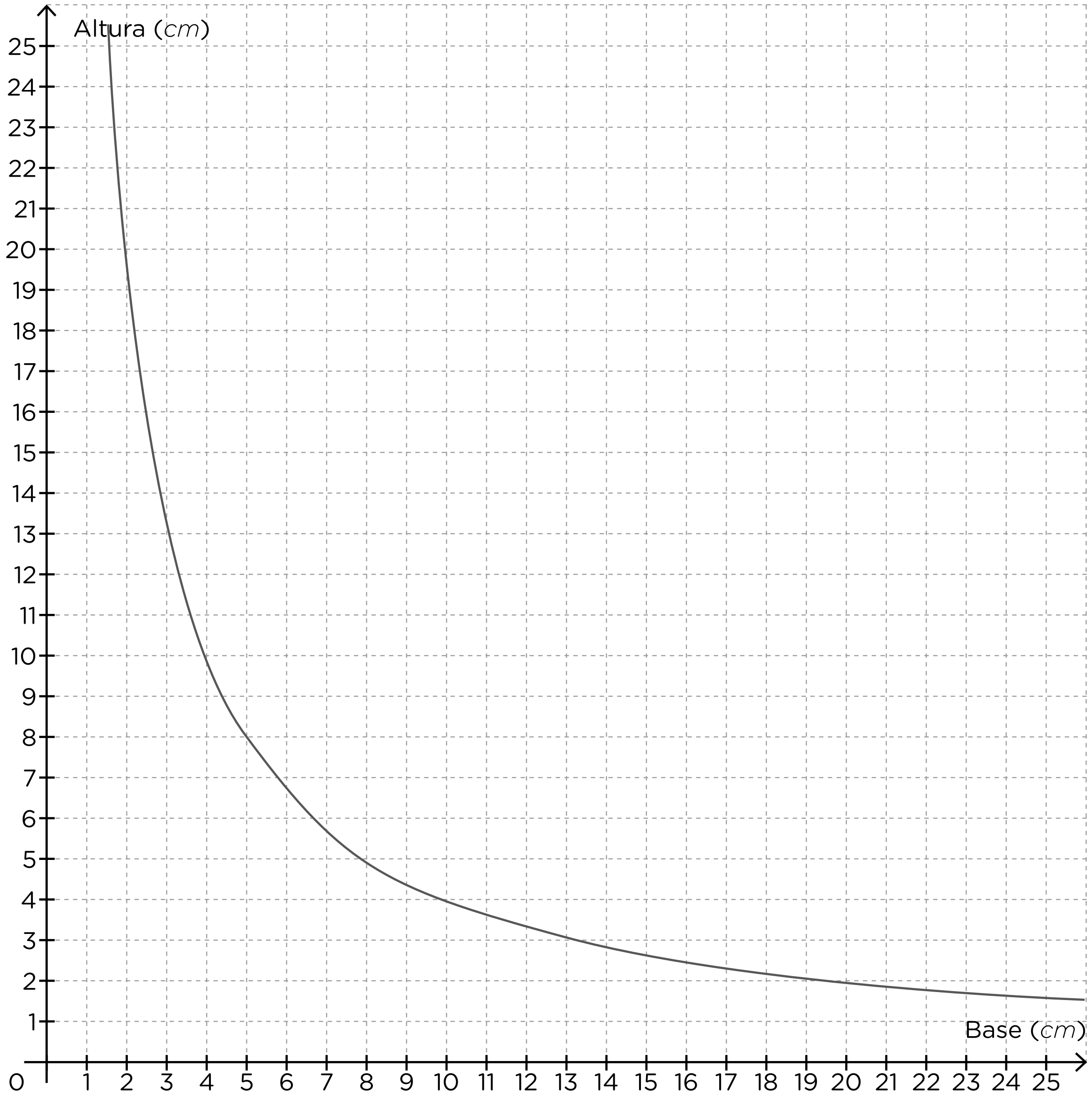
b. Escriban las dimensiones (longitud de la base y de la altura) de tres rectángulos distintos que tengan la misma área.

c. ¿Cuál es el área de todos estos rectángulos?

d. En un gráfico cartesiano, representen la función $A(b)$.



6. El siguiente gráfico muestra la medida de la altura (en cm) de distintos rectángulos de área constante en función de la medida de la base (en cm).



a. ¿Cuánto mide la altura de uno de estos rectángulos si se sabe que su base es de 2 cm? ¿Y si la base es de 8 cm? Si es posible, marquen en el gráfico dado los puntos que representan las dimensiones de la base y de la altura de estos rectángulos.

b. ¿Cuánto mide el área de cada uno de estos rectángulos?

c. ¿Cuánto mide la altura si la base del rectángulo es de 0,5 cm? ¿Y si la base es de 160 cm? Si es posible, marquen en el gráfico dado los puntos que representan la medida de la base y de la altura de estos rectángulos.

d. ¿Cuál es el máximo valor que podría tener la medida de la base de uno de estos rectángulos? Expliquen su respuesta.

e. Escriban una fórmula de la función que permite calcular la medida de la altura A (en cm), a partir de la medida de la base b (en cm) de todos estos rectángulos.

7. a. Revisen el trabajo realizado en los problemas anteriores. Cada uno de ellos involucra una función de proporcionalidad inversa. Completen la siguiente tabla a modo de resumen de esas relaciones de proporcionalidad:

	Variable independiente	**Variable dependiente**	**Constante de proporcionalidad inversa**	**Fórmula**
Problema 1				
Problema 2				
Problema 3				
Problema 4				
Problema 5				
Problema 6				

b. Realicen los gráficos cartesianos que corresponden a las funciones de proporcionalidad inversa estudiadas en los problemas 1, 2 y 3.

8. A continuación, encontrarán diferentes afirmaciones que se refieren a las funciones de proporcionalidad inversa. Para cada una de ellas, decidan si se cumplen siempre, a veces o nunca y, en sus carpetas, expliquen por qué.

Afirmación	Siempre	A veces	Nunca
a. El producto entre los valores que se corresponden de las variables es constante.			
b. Los gráficos están formados por puntos separados.			
c. Los gráficos se intersecan con los ejes coordenados.			
d. Las fórmulas son de la forma $f(x) = k \cdot x$, donde k es una constante.			

Revisamos lo que aprendimos

¿Cuándo dos cantidades se relacionan en forma inversamente proporcional?

Revisen sus libros o carpetas y traten de responder las siguientes preguntas: ¿Cuándo decimos que una relación entre dos magnitudes es de proporcionalidad directa? ¿Cuáles son las características de este tipo de relaciones?

1. Una empresa que comercializa agua gasificada envasa, diariamente, 60.000 litros en botellas de distintas capacidades.

a. Completen la siguiente tabla donde se relaciona la cantidad de botellas necesarias para envasar los 60.000 litros diarios de agua gasificada, con la capacidad de cada recipiente:

Capacidad de la botella (litros)	$\frac{1}{2}$	1	2		$2\frac{1}{2}$	3	5
Altura (en cm)		5					

b. Si la empresa decide envasar los 60.000 litros del producto en bidones de 20 litros, ¿cuántos bidones son necesarios?

c. Y si se decide envasar la producción diaria en bidones de 40 litros, ¿se necesitan más o menos bidones que los calcularon en el punto b? Expliquen su respuesta.

Pista: Tengan en cuenta que todos los días la empresa envasa 60.000 litros de agua gasificada, sin importar el tamaño de los envases en que se distribuyen.

2. Una panadería del centro porteño elabora la misma cantidad de medialunas artesanales y las distribuye, según el día de la semana, a los bares de la zona en varias cajas con igual cantidad de medialunas. Los martes, las distribuye en cajas de 90 unidades; los jueves, las reparte en cajas de 180 unidades; los sábados, en cajas de 60 medialunas; y, los domingos, en cajas de 36 unidades.
La siguiente tabla relaciona la cantidad de medialunas por caja con la cantidad de cajas necesarias para su reparto total:

Cantidad de medialunas en cada caja	90	180	60	36
Cantidad de cajas	20	10	30	50

a. A partir de la información que se proporciona, ¿es posible calcular cuántas medialunas produce diariamente la panadería? Expliquen cómo lo calcularon.

b. Si la panadería decide distribuir la producción de medialunas en cajas de 100 unidades: ¿Cuántas cajas se necesitan para repartir todas las medialunas producidas en el día?

c. ¿Se podría repartir la producción diaria de medialunas en cajas que tengan una capacidad distinta a las que figuran en la tabla? En caso afirmativo, propongan tres ejemplos. Si deciden que no es posible, expliquen por qué.

3. Una fábrica de bebidas elaboró un nuevo producto (jugo natural de manzanas) y los encargados de la producción quieren analizar cuál es el tamaño de envase en que conviene venderlo. La producción diaria de este nuevo artículo se reparte en envases iguales y en cada uno se coloca la misma cantidad de jugo.

a. Completen la siguiente tabla de manera tal que exprese cuántos envases se precisan por día según la capacidad de cada uno de ellos:

Capacidad de cada envase (en litros)	1,5	3	6		24	
Cantidad de envases		40		10		80

b. ¿Cuántos litros de jugo de manzanas produce esta fábrica por día?

4. Un auto se desplaza a una velocidad constante de 60 kilómetros por hora y recorre una cierta distancia en 4 horas:

a. ¿A qué velocidad tendría que ir el auto para tardar la mitad del tiempo en recorrer la misma distancia? ¿Y para tardar la cuarta parte?

b. ¿Es posible calcular la distancia que recorre el automóvil? Justifiquen.

5. Consideren los rectángulos que tienen 60 m^2 de área.

a. ¿Cuáles podrían ser las medidas de sus lados? Escriban algunas posibilidades.

b. Completen la siguiente tabla con los distintos valores que deben tener la base y la altura. En las columnas vacías, agreguen otras posibilidades:

Base (en cm)	5		15				
Altura (en cm)		10		2,5			

Pista: Recuerden que para calcular el área de un rectángulo se multiplican las longitudes de la base y de la altura de la figura.

Antes de terminar

A partir de todo lo que tuvieron que hacer para resolver las actividades anteriores, respondan las siguientes preguntas:

a. ¿Cuándo existe una relación de proporcionalidad inversa entre dos magnitudes?

b. Cuando completaron las tablas, ¿qué regularidades pudieron identificar?

c. ¿Cómo se puede calcular la constante de proporcionalidad inversa en este tipo de situaciones?

Para profundizar

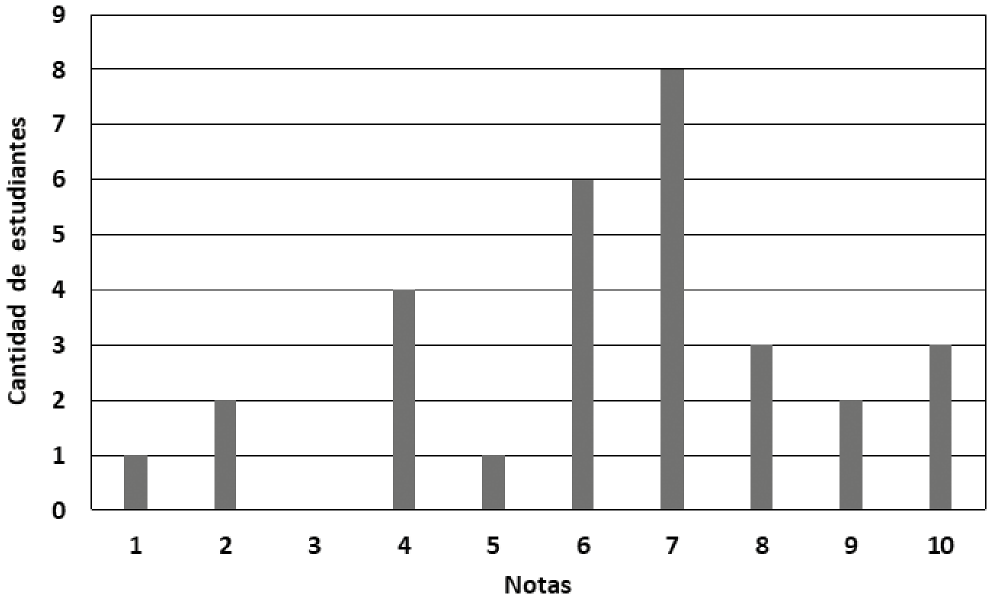
En las actividades que componen esta ficha tuvieron que trabajar con problemas de proporcionalidad inversa. Anoten en sus cuadernos o carpetas las diferencias que creen que existen entre estas situaciones y las de proporcionalidad directa que ya estudiaron los años anteriores.

Estadística

Datos y gráficos estadísticos

Los problemas presentados a continuación les permitirán estudiar cómo se organizan y se interpretan los datos en tablas de frecuencias y en gráficos estadísticos.

1. Se ha tomado una evaluación de Matemática en los cinco cursos de tercer año con los que cuenta una escuela de la Ciudad de Buenos Aires. Las notas obtenidas por uno de los cursos se observan en el siguiente diagrama de barras.



a. ¿Cuál es la variable en estudio? ¿Qué tipo de variable es?

b. ¿Cuál puede ser la población en estudio? ¿Cuál es la muestra?

c. Completen la siguiente tabla de frecuencias con base a la información que presenta el diagrama.

Nota	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cantidad de alumnos/as										

d. ¿Cuál es la nota que más se repite? ¿Cómo pueden encontrar esa información en la tabla? ¿Y en el diagrama de barras?

e. ¿Cuál es la cantidad de alumnos/as que obtuvo una nota inferior a 6? ¿Y la cantidad que obtiene una nota superior a 6? Para responder, ¿usaron la tabla o el gráfico?

f. ¿Cuál es el porcentaje de alumnos/as que obtuvo 6? ¿Y el porcentaje que obtuvo a lo sumo 6?

PARA RECORDAR

Se llama **frecuencia absoluta** (f_a) de un valor al número de veces que dicho valor se repite. Por ejemplo, en la actividad 1, la frecuencia absoluta correspondiente a la nota 8 es 3. La suma de las frecuencias absolutas debe ser igual al total de datos o individuos observados.

Se denomina **frecuencia absoluta acumulada** (F) de un valor a la suma de todas las frecuencias absolutas de los valores menores o iguales al considerado. Por ejemplo, en la actividad 1, la frecuencia absoluta acumulada correspondiente a la nota 6 es 14, es decir, 14 estudiantes obtuvieron una nota menor o igual a 6.

La **moda** es el valor de la variable que más se repite, es decir, que se presenta con mayor frecuencia. En la actividad 1, la moda es 7.

2. Bianca consultó a sus compañeros y compañeras acerca del número de mascotas que hay en cada casa. Los datos obtenidos, tal cual fueron recabados, son los siguientes:

1, 2, 3, 4, 2, 1, 2, 2, 2, 5, 4, 3, 3, 2, 2, 3, 3, 2, 2, 2, 3, 2, 4, 3, 2

a. ¿Cuál es la variable en estudio? ¿Qué tipo de variable es?

b. Construyan la tabla de frecuencias.

c. Para cada una de las afirmaciones, indiquen si son verdaderas o falsas y expliquen por qué.

- Del total de estudiantes, 3 tienen 7 mascotas.
- El 28% de los/as estudiantes tiene 3 mascotas.
- El 56% de los/as estudiantes tienen al menos 3 mascotas.

d. ¿Cuál es la moda? ¿Qué representa en el problema?

PARA RECORDAR

Se llama **frecuencia relativa** (f_r) de un valor al cociente entre la frecuencia absoluta de dicho valor y el número total de datos que intervienen en el experimento. Por ejemplo, en la actividad 2, la frecuencia relativa del valor 2 es 12/25.

Se llama **frecuencia relativa acumulada** (F_r) de un valor a la suma de todas las frecuencias relativas de los valores menores o iguales al considerado.

Si cada frecuencia relativa se multiplica por 100, se obtiene el **porcentaje** correspondiente a cada valor. Por ejemplo, en la actividad 2 el porcentaje correspondiente al valor 2 es 48%. La suma de las frecuencias relativas debe ser igual a 1, mientras que la de los porcentajes deberá ser 100.

En estadística suelen utilizarse **tablas de frecuencias** para organizar los datos. La siguiente tabla corresponde al problema de la **Actividad 2**:

X_i	f_a	f_r	$f_{\%}$	F	F_r	$F_{\%}$
1	2	$\frac{2}{25}$	8%	2	$\frac{2}{25}$	8%
2	12	$\frac{12}{25}$	48%	14	$\frac{14}{25}$	56%
3	7	$\frac{7}{25}$	28%	21	$\frac{21}{25}$	84%
4	3	$\frac{3}{25}$	12%	24	$\frac{24}{25}$	96%
5	1	$\frac{1}{25}$	4%	25	$\frac{25}{25}$	100%
Total	25	$\frac{12}{25} = 1$	100%			

Les proponemos que completen la tabla de la **Actividad 1** considerando la frecuencia acumulada, las frecuencias relativas asociadas a la absoluta y a la acumulada, y los respectivos porcentajes.

Medidas de centralización

A continuación, resolverán un conjunto de problemas que les permitirán analizar e interpretar información recurriendo a las medidas de tendencia central que describen hacia qué valor de la variable en estudio tienden a agruparse o concentrarse los datos.

1. En la siguiente tabla se muestran las temperaturas máximas registradas a lo largo de un mes en una ciudad del sur de la Argentina.

Temperatura máxima (°C)	1	3	4	5	7	8
f_a	10	8	5	4	1	3
f_r						
F						

a. Completen la tabla calculando las frecuencias relativas y las frecuencias absolutas acumuladas.

b. ¿Cuál es la moda y qué significa en el problema?

c. ¿Es verdad que la mitad de las temperaturas registradas se encuentra por encima de los 3 °C? ¿Por qué?

d. ¿Cuál fue la temperatura máxima promedio del mes? ¿Cómo lo calcularon?

e. Elaboren otras preguntas que se puedan responder a partir de la información que ofrece la tabla.

PARA RECORDAR

Se llama **media aritmética**, o simplemente **media**, a la medida más usual para describir el promedio de un conjunto de datos.

La media aritmética se calcula sumando todos los valores $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ y luego dividiendo el resultado por el número de datos n, es decir:

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + ... x_n}{n}$$

Cuando la muestra tiene muchos datos que se repiten, conviene calcular el promedio con la frecuencia absoluta:

$$\overline{x} = \frac{x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + x_3 \cdot f_3 + ... x_n \cdot f_n}{f_1 + f_2 + ... + f_n}$$

Por ejemplo, en la **actividad 1**, la temperatura máxima promedio es:

$$\overline{x} = \frac{1 \cdot 10 + 3 \cdot 8 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 4 + 7 \cdot 1 + 8 \cdot 3}{31} = \frac{105}{31} \approx 3{,}4\ °C$$

Se denomina **mediana** al valor central de los datos ordenados de menor a mayor. Si el número de datos es impar, su cálculo es directo; si hubiese un número par de datos, la mediana es la media aritmética de los dos valores centrales. La mediana deja el 50% de los valores por debajo, y por encima el otro 50% de los valores de la variable. Por ejemplo, en la actividad 1, como se registraron 31 temperaturas máximas, con los datos ordenados, la que ocupa el lugar 16 (el valor que está en el medio) corresponde a la mediana, que es 3 °C.

La moda, el promedio y la mediana son **medidas de centralización**: describen, de manera sintética, el comportamiento y las características generales de un conjunto de datos estadísticos.

2. Considerando los datos de la primera actividad de esta unidad, en la que se presenta el gráfico de barras, determinen la nota promedio, la moda y la mediana. Analicen e interpreten cada uno de los resultados.

3. Se realizó un resumen estadístico con las notas de un examen de Matemática tomado en un curso de tercer año.

Media = 6,5 Mediana = 7 Moda = 8

a. ¿Qué nota obtuvo la mayoría de los/as estudiantes?

b. ¿Qué nota obtuvo al menos la mitad de los/as estudiantes?

c. ¿Cuál fue es el promedio de las notas del curso?

Actividades para seguir estudiando

¿Cómo puedo organizar y analizar los datos?
https://bit.ly/3Oqro9i

Inicio en el estudio de la dispersión

Los problemas que se presentan en este apartado les permitirán comenzar a estudiar la manera en que los datos se concentran o se dispersan en relación con un valor central.

1. Jorge está calculando las notas promedios de los/as estudiantes de su clase. Bianca, en las cinco actividades de evaluación, obtuvo: 7, 6, 7, 7 y 8. Enzo obtuvo: 7, 7, 3, 8 y 10.

a. En el caso de Bianca, ¿cuál es la nota promedio? ¿Y la nota más frecuente? ¿Qué nota obtuvo como mínimo en el 50% de las actividades de evaluación? ¿En cuánto difiere cada nota respecto a la nota promedio?

b. ¿Qué sucede en el caso de las notas de Enzo? ¿Cuáles son los valores para la media, la moda y la mediana? ¿En cuánto difiere cada nota respecto a la nota promedio?

c. ¿Qué conclusiones pueden obtener respecto de los resultados de las preguntas a. y b. y las notas de Bianca y Enzo?

2. Pregunten a sus compañeros y compañeras de clase a qué hora llegaron a la escuela (en función del turno al que asisten). Observen la variabilidad en los tiempos de llegada. ¿Hay alguien que llegó mucho antes o después que los/as demás? ¿Cuál fue el tiempo promedio de llegada? ¿En cuánto difiere cada hora de llegada respecto del tiempo promedio?

3. Recolecten información sobre cuánto tiempo pasan usando dispositivos electrónicos sus compañeros y compañeras diariamente (teléfonos celulares, computadoras, etc.). Observen la variabilidad en los tiempos de uso. ¿Hay diferencias notables entre los/as estudiantes?

4. Realicen el mismo estudio que en el problema anterior pero con el grupo de otra clase. ¿Alguno de los grupos les parece menos variable? ¿Por qué?

5. Reúnanse con un par de compañeros y compañeras e investiguen qué medidas estadísticas se utilizan con el propósito de medir cuán distantes o dispersos están los datos en relación con el valor medio.

PARA REVISAR Y REFLEXIONAR

Escriban, en sus carpetas, un listado de las ideas y de los ejemplos de lo que aprendieron con estas actividades. Las siguientes preguntas son para ayudarlas/os a pensar:

- ¿Qué les resultó más fácil? ¿Y más difícil?
- ¿Qué cosas nuevas aprendieron?
- ¿Qué errores tuvieron al resolver los problemas? ¿Cómo los identificaron?

Escriban un listado de las cuestiones que les parezcan importantes recordar sobre lo que estuvieron trabajando en Matemática.

Por ejemplo: a partir de la tabla de frecuencias es posible confeccionar gráficos que permitan visualizar y comparar rápidamente la información recogida.

Buenos
Aires
Ciudad