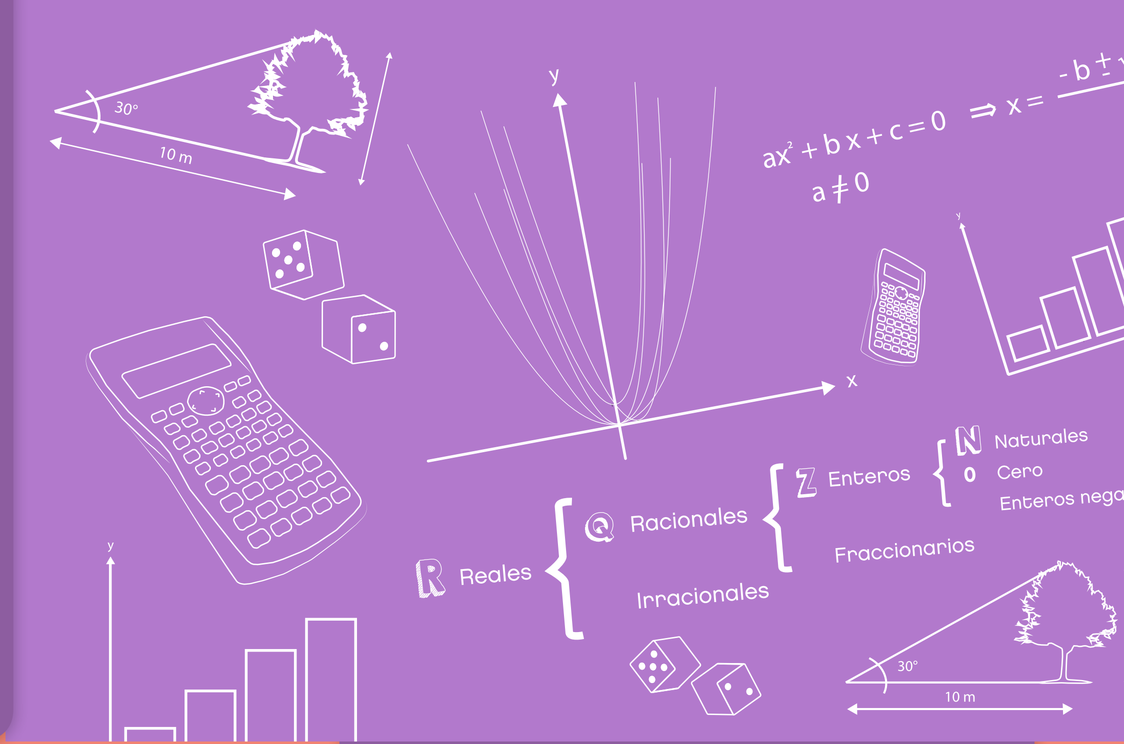

Matemática

Primer año

Números racionales III Proporcionalidad y orden en Q^+

Serie PROFUNDIZACIÓN · NES

Buenos Aires Ciudad
Vamos Buenos Aires

Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa (SSPLINED)

Dirección General de Planeamiento Educativo (DGPLEDU)
Gerencia Operativa de Currículum (GOC)
Javier Simón

Equipo de generalistas de Nivel Secundario: Isabel Malamud (coordinación), Cecilia Bernardi, Bettina Bregman, Ana Campelo, Marta Libedinsky, Carolina Lifschitz, Julieta Santos

Especialistas: Carla Cabalcabué, Rosa María Escayola, Valeria Ricci, Inés Zuccarelli

---

Coordinación de materiales y contenidos digitales (DGPLEDU): Mariana Rodríguez
Colaboración y gestión: Manuela Luzzani Ovide
Coordinación de series Profundización NES y Propuestas Didácticas Primaria: Silvia Saucedo

Equipo editorial externo
Coordinación editorial: Alexis B. Tellechea
Diseño gráfico: Estudio Cerúleo
Edición: Fabiana Blanco, Natalia Ribas
Corrección de estilo: Lupe Deveza

Idea Original de Proyecto de Edición y Diseño (GOC)
Edición: Gabriela Berajá, María Laura Cianciolo, Andrea Finocchiaro, Bárbara Gomila, Marta Lacour, Sebastián Vargas
Diseño gráfico: Octavio Bally, Silvana Carretero, Ignacio Cismondi, Alejandra Mosconi, Patricia Peralta
Actualización web: Leticia Lobato

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Ministerio de Educación e Innovación
Matemática : números racionales III : proporcionalidad y orden en Q+. - 1a edición para el profesor. - Ciudad Autónoma de Buenos Aires : Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Ministerio de Educación e Innovación, 2018.
Libro digital, PDF - (Profundización NES)

Archivo Digital: descarga y online
ISBN 978-987-673-318-2

1. Matemática. 2. Educación Secundaria.
CDD 510.7

ISBN: 978-987-673-318-2

Las denominaciones empleadas en este material y la forma en que aparecen presentados los datos que contiene no implica, de parte del Ministerio de Educación e Innovación del Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, juicio alguno sobre la condición jurídica o nivel de desarrollo de los países, territorios, ciudades o zonas, o de sus autoridades, ni respecto de la delimitación de sus fronteras o límites.

En este material se evitó el uso explícito del género femenino y masculino en simultáneo y se ha optado por emplear el género masculino, a efectos de facilitar la lectura y evitar las duplicaciones. No obstante, se entiende que todas las menciones en el género masculino representan siempre a varones y mujeres, salvo cuando se especifique lo contrario.

Fecha de consulta de imágenes, videos, textos y otros recursos digitales disponibles en internet: 15 de julio de 2018.

Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa / Dirección General de Planeamiento Educativo / Gerencia Operativa de Currículum.
Holmberg 2548/96, 2° piso - C1430DOV - Ciudad Autónoma de Buenos Aires.

Presentación

La serie de materiales Profundización de la NES presenta distintas propuestas de enseñanza en las que se ponen en juego tanto los contenidos –conceptos, habilidades, capacidades, prácticas, valores y actitudes– definidos en el *Diseño Curricular de la Nueva Escuela Secundaria* de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Resolución N.° 321/MEGC/2015, como nuevas formas de organizar los espacios, los tiempos y las modalidades de enseñanza.

El tipo de propuestas que se presentan en esta serie se corresponde con las características y las modalidades de trabajo pedagógico señaladas en la Resolución CFE N.° 93/09 para fortalecer la organización y la propuesta educativa de las escuelas de nivel secundario de todo el país. Esta norma –actualmente vigente y retomada a nivel federal por la propuesta "Secundaria 2030", Resolución CFE N.° 330/17– plantea la necesidad de instalar "distintos modos de apropiación de los saberes que den lugar a: nuevas formas de enseñanza, de organización del trabajo de los profesores y del uso de los recursos y los ambientes de aprendizaje". Se promueven también nuevas formas de agrupamiento de los estudiantes, diversas modalidades de organización institucional y un uso flexible de los espacios y los tiempos que se traduzcan en propuestas de talleres, proyectos, articulación entre materias, debates y organización de actividades en las que participen estudiantes de diferentes años. En el ámbito de la Ciudad, el *Diseño Curricular de la Nueva Escuela Secundaria* incorpora temáticas nuevas y emergentes y abre la puerta para que en la escuela se traten problemáticas actuales de significatividad social y personal para los estudiantes.

Existe acuerdo sobre la magnitud de los cambios que demanda la escuela secundaria para lograr convocar e incluir a todos los estudiantes y promover efectivamente los aprendizajes necesarios para el ejercicio de una ciudadanía responsable y la participación activa en ámbitos laborales y de formación. Es importante resaltar que, en la coyuntura actual, tanto los marcos normativos como el *Diseño Curricular* jurisdiccional en vigencia habilitan e invitan a motorizar innovaciones imprescindibles.

Si bien ya se ha recorrido un importante camino en este sentido, es necesario profundizar, extender e instalar propuestas que efectivamente hagan de la escuela un lugar convocante para los estudiantes y que, además, ofrezcan reales oportunidades de aprendizaje. Por lo tanto, sigue siendo un desafío:

- El trabajo entre docentes de una o diferentes áreas que promueva la integración de contenidos.
- Planificar y ofrecer experiencias de aprendizaje en formatos diversos.
- Elaborar propuestas que incorporen oportunidades para el aprendizaje y el ejercicio de capacidades.

Los materiales elaborados están destinados a los docentes y presentan sugerencias, criterios y aportes para la planificación y el despliegue de las tareas de enseñanza, desde estos lineamientos. Se incluyen también propuestas de actividades y experiencias de aprendizaje para los estudiantes y orientaciones para su evaluación. Las secuencias han sido diseñadas para admitir un uso flexible y versátil de acuerdo con las diferentes realidades y situaciones institucionales.

La serie reúne dos líneas de materiales: una se basa en una lógica disciplinar y otra presenta distintos niveles de articulación entre disciplinas (ya sean areales o interareales). Se introducen también materiales que aportan a la tarea docente desde un marco didáctico con distintos enfoques de planificación y de evaluación para acompañar las diferentes propuestas.

El lugar otorgado al abordaje de problemas interdisciplinarios y complejos procura contribuir al desarrollo del pensamiento crítico y de la argumentación desde perspectivas provenientes de distintas disciplinas. Se trata de propuestas alineadas con la formación de actores sociales conscientes de que las conductas individuales y colectivas tienen efectos en un mundo interdependiente.

El énfasis puesto en el aprendizaje de capacidades responde a la necesidad de brindar a los estudiantes experiencias y herramientas que permitan comprender, dar sentido y hacer uso de la gran cantidad de información que, a diferencia de otras épocas, está disponible y fácilmente accesible para todos. Las capacidades son un tipo de contenidos que debe ser objeto de enseñanza sistemática. Para ello, la escuela tiene que ofrecer múltiples y variadas oportunidades para que los estudiantes las desarrollen y consoliden.

Las propuestas para los estudiantes combinan instancias de investigación y de producción, de resolución individual y grupal, que exigen resoluciones divergentes o convergentes, centradas en el uso de distintos recursos. También, convocan a la participación activa de los estudiantes en la apropiación y el uso del conocimiento, integrando la cultura digital. Las secuencias involucran diversos niveles de acompañamiento y autonomía e instancias de reflexión sobre el propio aprendizaje, a fin de habilitar y favorecer distintas modalidades de acceso a los saberes y los conocimientos y una mayor inclusión de los estudiantes.

En este marco, los materiales pueden asumir distintas funciones dentro de una propuesta de enseñanza: explicar, narrar, ilustrar, desarrollar, interrogar, ampliar y sistematizar los contenidos. Pueden ofrecer una primera aproximación a una temática formulando dudas e interrogantes, plantear un esquema conceptual a partir del cual profundizar, proponer actividades de exploración e indagación, facilitar oportunidades de revisión, contribuir a la integración y a la comprensión, habilitar oportunidades de aplicación en contextos novedosos e invitar a imaginar nuevos escenarios y desafíos. Esto supone que en algunos casos se podrá adoptar la secuencia completa o seleccionar las partes que se consideren más convenientes; también se podrá plantear un trabajo de mayor articulación entre docentes o un trabajo que exija acuerdos entre los mismos. Serán los equipos docentes quienes elaborarán propuestas didácticas en las que el uso de estos materiales cobre sentido.

Iniciamos el recorrido confiando en que constituirá un aporte para el trabajo cotidiano. Como toda serie en construcción, seguirá incorporando y poniendo a disposición de las escuelas de la Ciudad nuevas propuestas, dando lugar a nuevas experiencias y aprendizajes.

Diego Javier Meiriño
Subsecretario de Planeamiento
e Innovación Educativa

Gabriela Laura Gürtner
Jefa de Gabinete de la Subsecretaría de
Planeamiento e Innovación Educativa

¿Cómo se navegan los textos de esta serie?

Los materiales de Profundización de la NES cuentan con elementos interactivos que permiten la lectura hipertextual y optimizan la navegación.

Para visualizar correctamente la interactividad se sugiere bajar el programa [Adobe Acrobat Reader] que constituye el estándar gratuito para ver e imprimir documentos PDF.

Portada

Flecha interactiva que lleva a la página posterior.

Pie de página

Volver a vista anterior — Al cliquear regresa a la última página vista.

Ícono que permite imprimir.

« 7 » — Folio, con flechas interactivas que llevan a la página anterior y a la página posterior.

Índice interactivo

Introducción

Plaquetas que indican los apartados principales de la propuesta.

Itinerario de actividades

Actividad 1
Problemas con mezclas de pintura
Retomar cuestiones sobre los problemas de mezclas de pintura, como la comparación "más clara/más oscura/igual
1

Organizador interactivo que presenta la secuencia completa de actividades.

Actividades

Problemas con mezclas de pintura — Actividad 1
Revisen las resoluciones de los problemas 3 y 4 y lo que anotaron en sus carpetas.
Actividad anterior — Actividad siguiente

Actividad anterior — Botón que lleva a la actividad anterior.

Actividad siguiente — Botón que lleva a la actividad siguiente.

Sistema que señala la posición de la actividad en la secuencia.

Íconos y enlaces

1 Símbolo que indica una cita o nota aclaratoria. Al cliquear se abre un *pop-up* con el texto:

Ovidescim repti ipita voluptis audi iducit ut qui adis moluptur? Quia poria dusam serspero voloris quas quid moluptur?Luptat. Upti cumAgnimustrum est ut

Los números indican las referencias de notas al final del documento.

El color azul y el subrayado indican un [vínculo] a la web o a un documento externo.

"Título del texto, de la actividad o del anexo" — Indica enlace a un texto, una actividad o un anexo.

Indica apartados con orientaciones para la evaluación.

Índice interactivo

Introducción

El material que se ofrece a continuación constituye un conjunto de actividades basadas en el documento *Matemática. Números racionales. Aportes para la enseñanza, Nivel Medio*, G. C. B. A., Ministerio de Educación, 2006. Mientras que dicho documento está dirigido a docentes, esta propuesta tiene como destinatarios a los estudiantes. Por esa razón, las consignas y las actividades están redactadas considerando que ellos son los lectores. Además, se sugieren algunas orientaciones didácticas para que el docente organice y administre la tarea.

Matemática. Números racionales

El desarrollo de esta propuesta supone que los estudiantes han trabajado con el documento de referencia, con los problemas que allí se plantean, y se encuentran —en el momento de abordarla— en una etapa de estudio y síntesis sobre la tarea realizada.

Este último aspecto, el momento de recapitulación e identificación de lo que debe ser retenido, resulta incluso más relevante si se tiene en cuenta el interés en acompañar, desde la enseñanza, a los estudiantes en sus procesos de estudio. Es decir, si se considera en la planificación de la tarea de enseñar la gestión de espacios de trabajo en los que ellos puedan analizar las actividades ya realizadas y reflexionar sobre lo que esas propuestas les han permitido aprender, para acceder de este modo a mayores niveles de autonomía.

Sin embargo, es posible reconocer que generalmente este tipo de trabajo no es familiar para los estudiantes, quienes suelen creer que hacer matemática es solo resolver problemas, y pueden desconcertarse ante este tipo de propuestas. Es importante, entonces, que el docente sostenga el propósito de estas actividades para acompañarlos en la construcción de ciertas herramientas de estudio.

En este sentido, la finalidad de este material se vincula con la planteada en el documento *Apoyo a los alumnos de primer año en los inicios del nivel medio. Documento n° 2. La formación de los alumnos como estudiantes. Estudiar matemática*, G. C. B. A., Secretaría de Educación, 2005.

Apoyo a los alumnos de primer año en los inicios del nivel medio

Al ser esta propuesta una guía de estudio, se espera que los estudiantes puedan resolverla individualmente, en parejas o en pequeños grupos, a partir del trabajo realizado en clase y de los registros en las carpetas. Cuando lo considere necesario, el docente podrá intervenir para desarrollar una discusión colectiva acerca de las ideas recogidas en este material.

Es importante señalar que las actividades que se ofrecen a continuación remiten a un solo capítulo del documento de referencia, y no al material completo. Constituyen un ejemplo del tipo de actividades de estudio que pueden plantearse a los estudiantes, y podrían modificarse o completarse con otras situaciones que permitan abordar el conjunto de los contenidos presentes en el documento original.

En esta propuesta, se vuelven a poner en discusión algunos aspectos vinculados con los contenidos abordados especialmente en el capítulo 1 del documento de referencia: "Proporcionalidad y orden en Q^+" (páginas 15-28).

Capítulo 1: "Proporcionalidad y orden en Q^+"

Contenidos y objetivos de aprendizaje

En esta propuesta se seleccionaron los siguientes contenidos y objetivos de aprendizaje del espacio curricular de Matemática para primer año de la NES:

Ejes/Contenidos	Objetivos de aprendizaje	Capacidades
Números racionales positivos • Diferentes sentidos de las fracciones: proporción. • El orden en Q. • Operaciones con fracciones: la multiplicación y la división por un número natural en el contexto de las relaciones de proporcionalidad.	Se espera que, al finalizar esta secuencia, los estudiantes: • Estudien y utilicen diferentes estrategias para comparar números racionales positivos. • Utilicen los números racionales para resolver problemas de proporcionalidad. • Elaboren y utilicen distintas técnicas para multiplicar y dividir fracciones por un número natural. • Valoren el trabajo colaborativo como ámbito para producir y validar relaciones matemáticas.	• Resolución de problemas.

Itinerario de actividades

Actividad 1

Problemas con mezclas de pintura

Retomar cuestiones sobre los problemas de mezclas de pintura, como la comparación "más clara/más oscura/igual tonalidad", la búsqueda de la constante de proporcionalidad y la escritura de fórmulas en contexto.

1

Actividad 2

Comparar fracciones

Recuperar, estudiar y analizar algunas estrategias para comparar fracciones en situaciones descontextualizadas.

2

Actividad 3

Verdadero o falso

Confrontar a los estudiantes con algunos errores frecuentes relacionados con las operaciones en Q y con las relaciones de proporcionalidad. Retomar la discusión de los argumentos que permiten analizarlos.

3

Actividad 4

Tablas de proporcionalidad y cálculos con fracciones

Analizar si una tabla representa o no una relación de proporcionalidad. Reutilizar las técnicas e ideas previas para multiplicar o dividir fracciones y reconocer otras nuevas.

4

Actividad 5

Otra vuelta de comparaciones y cálculos con fracciones

5

Recuperar y sintetizar algunas técnicas para comparar fracciones, así como también distintas estrategias para la multiplicación y división.

Actividad 6

Sintetizar lo aprendido con los problemas

6

Escribir ideas trabajadas en este material sobre los números racionales, en particular, aquellas relacionadas con la proporcionalidad y el orden.

Orientaciones didácticas y actividades

La siguiente secuencia tiene como objetivo que los estudiantes puedan revisar y sistematizar los conocimientos que pusieron en juego en los problemas trabajados anteriormente sobre las fracciones en un contexto de proporcionalidad, y las relaciones de orden en Q^+. Estas ideas pueden identificarse en el *Diseño Curricular para la Nueva Escuela Secundaria de la Ciudad de Buenos Aires*. [1]

Diseño Curricular para la Nueva Escuela Secundaria

- En relación con la proporcionalidad, se propone que los estudiantes se enfrenten con diferentes tipos de problemas que permitan hacer aparecer a las fracciones como razón entre dos números y en los que estas puedan funcionar como constante de proporcionalidad.
- En relación con la comparación de números racionales, la necesidad de comparar entre dos razones favorece la elaboración de distintos criterios, apoyados en el contexto de cada problema.

Actividad 1. Problemas con mezclas de pintura

Con esta actividad, se busca retomar algunas cuestiones sobre los problemas de mezclas de pintura que se trabajaron en el documento de referencia, como por ejemplo la comparación "más clara/más oscura/igual tonalidad", la búsqueda de la constante de proporcionalidad y la escritura de una fórmula.

Problemas con mezclas de pintura

Actividad 1

Revisen las resoluciones de los problemas 3 y 4 y lo que anotaron en sus carpetas.

PROBLEMA 3

¿Será cierto que las siguientes mezclas permiten obtener la misma tonalidad?
Mezcla 1: 9 litros de pintura verde y 21 de blanca.
Mezcla 2: 15 litros de pintura verde y 35 de blanca.

PROBLEMA 4

Se mezclaron 3 litros de pintura verde con 7 litros de pintura blanca.

a) ¿Qué otras cantidades mezcladas darán la misma tonalidad?

b) Escribir una fórmula que permita determinar la cantidad de litros de pintura de un color, en función de la cantidad de pintura del otro color.

Teniendo en cuenta esto, resuelvan las siguientes consignas:
Lisandro mezcló 4 litros de pintura verde con 9 litros de pintura blanca.

a. Encuentren otras dos mezclas posibles que tengan la misma tonalidad. ¿Cuántas más se podrían encontrar? Expliquen cómo lo pensaron.
b. Paula mezcló 3 litros de pintura verde con 7 litros de pintura blanca. Decidan si la mezcla de Lisandro es más clara o más oscura que la de Paula.
c. Alejo tiene 1 litro de pintura verde y quiere preparar una mezcla con la misma tonalidad que la de Lisandro. ¿Cuántos litros de pintura blanca necesita?
d. Completen la siguiente tabla con las cantidades de pintura blanca que necesitarían en cada caso para conseguir la tonalidad de la mezcla de Lisandro:

Pintura verde	3	5	7	8
Pintura blanca				

Actividad siguiente

En la consigna **a**, se espera que los estudiantes puedan recuperar las estrategias utilizadas en los problemas 3 y 4 a) para obtener mezclas de pintura de igual tonalidad y reutilizarlas para un nuevo caso. En particular, al pedir que expliquen cómo lo pensaron, se busca que hagan el ejercicio de explicitar sus ideas y registrarlas. De esta forma, se pretende que aparezcan en el aula estrategias como duplicar, triplicar o también buscar las mitades de las dos cantidades de pintura para mantener la proporción. Es probable que los estudiantes se refieran a esta relación de proporción en términos del contexto del problema (mezclas que conservan la tonalidad), y será el docente quien deba intervenir aportando los conceptos matemáticos puestos en juego detrás de esas ideas. En particular, podrá explicitar que, cuando la tonalidad se mantiene, la relación entre ambas cantidades de pintura es una relación de proporcionalidad directa, y si algún grupo buscó la cantidad de pintura blanca para 1 litro de pintura verde, también podría recuperar el concepto de constante de proporcionalidad.

Se espera que en la puesta en común de esta consigna los estudiantes propongan distintas mezclas posibles, y el docente podrá propiciar que sean también ellos mismos quienes validen los valores propuestos por otros. De esta forma, se podrán desplegar las diferentes estrategias utilizadas y explicitar la idea subyacente de que se trata de una relación de proporcionalidad. La pregunta sobre la cantidad factible de mezclas apunta a reconocer que, conceptualmente, sería posible encontrar infinitas mezclas que conserven la tonalidad.

La mezcla que se propone en la consigna **b** contiene 1 litro más de pintura verde y 2 litros más de blanca que la original del problema 4, aquí identificada como la de Paula (formada por 3 litros de pintura verde y 7 litros de blanca). Es probable que los estudiantes se inclinen a pensar que la mezcla de Lisandro resulta más clara que la de Paula, dado que se agrega más cantidad de pintura blanca que verde, cuando en realidad es más oscura. Por otro lado, es posible que, teniendo en cuenta las estrategias desarrolladas en los problemas trabajados, algunos estudiantes multipliquen las dos cantidades de pintura verde para conseguir mezclas equivalentes, pero con 12 litros en ambos casos:

Mezcla de Paula		
Litros de pintura verde	**3**	12
Litros de pintura blanca	**7**	28

x 4

Mezcla de Lisandro		
Litros de pintura verde	**4**	12
Litros de pintura blanca	**9**	27

x 3

De esta forma, podrían concluir que la mezcla de Lisandro es más oscura, ya que para la misma cantidad de pintura verde tiene menos cantidad de pintura blanca. El docente, por su parte, podría poner en relación esta estrategia de los estudiantes con la de buscar fracciones equivalentes para poder compararlas. Es decir, dicha estrategia sería análoga a la búsqueda de fracciones equivalentes con igual numerador:

$$\frac{3}{7} = \frac{12}{28} \text{ y } \frac{4}{9} = \frac{12}{27}$$

O también con igual denominador:

$$\frac{7}{3} = \frac{28}{12} \text{ y } \frac{9}{4} = \frac{27}{12}$$

En este caso, cada fracción (ya sea escrita con los números originales o como fracción equivalente) representa una de las mezclas.

Por otro lado, también sería posible que algún estudiante busque igualar la cantidad de pintura blanca en ambas mezclas y obtenga, por ejemplo, las siguientes equivalencias:

$$\frac{3}{7} = \frac{27}{63} \text{ y } \frac{4}{9} = \frac{28}{63}$$

Para responder a la consigna **c**, que pregunta por la cantidad de pintura blanca para 1 litro de verde, una opción es que los estudiantes partan de la mezcla original y concluyan, en primer lugar, que para 2 litros de verde se necesitará la mitad de pintura blanca (4,5 litros o 4 litros y $\frac{1}{2}$).

Luego, calculando nuevamente mitades, podrían definir que para 1 litro de pintura verde se necesitarán 2,25 o 2 y $\frac{1}{4}$ litros de blanca. Por otro lado, en función del trabajo previo, es posible que algunos afirmen que para 1 litro de verde se necesitan $\frac{9}{4}$ o 2,25 litros haciendo "regla de tres" o pensando en la división 9 : 4. En ambos casos, el docente podrá retomar el concepto de constante de proporcionalidad —que aquí está representada por el número $\frac{9}{4}$ (o 2,25)— recordando que es el valor que corresponde a la unidad, y que además expresa la relación entre las cantidades: en particular, la cantidad de pintura blanca que se necesita para 1 litro de verde.

En la tabla de la consigna **d**, se propone que los estudiantes identifiquen que la constante de proporcionalidad obtenida en el punto **c** permite encontrar los valores correspondientes a cantidades que no pueden obtenerse a través de la estrategia de buscar "dobles", "triples" o "mitades". A su vez, el valor 8 de la tabla permite estudiar cuál de las dos estrategias resulta más económica para ese caso.

Cuando se completa la tabla y se reconoce que la multiplicación de la cantidad de pintura verde por $\frac{9}{4}$ (o por 2,25) da como resultado la cantidad de pintura blanca necesaria, puede ser un buen momento para que el docente recupere la idea de producir una fórmula que exprese esta relación. De esta manera, podrían escribir entre todos una fórmula como la siguiente:

$$\textit{Pintura blanca} = \frac{9}{4} \times \textit{Pintura verde}$$

Dependiendo del trabajo previo en torno a las fórmulas, el docente también podría discutir con los estudiantes la idea de que esa no es la única posible, e identificar la fórmula que permite obtener la cantidad de pintura verde necesaria para cierta cantidad de pintura blanca:

$$\textit{Pintura verde} = \frac{4}{9} \times \textit{Pintura blanca}$$

Actividad 2. Comparar fracciones

Con esta actividad, se propone que los estudiantes recuperen estrategias para ordenar fracciones sin un contexto en el cual apoyarse. Para ello, se trabajará a partir de una lista ya ordenada de fracciones, de manera que se reutilicen algunas técnicas de comparación y se elaboren nuevas.

Comparar fracciones

Actividad 2

Revisen en sus carpetas las resoluciones del problema 5.

PROBLEMA 5

Consideremos todas las mezclas de pintura que aparecen en los problemas anteriores:

Verde	Blanca
3	10
2	7
3	8
9	21
3	7

a) Ordenarlas de la más oscura a la más clara.

b) Escribir la fórmula de cada una de las mezclas, que exprese la cantidad de pintura blanca en función de la cantidad de pintura verde. Ordenar los 5 números racionales que se obtienen como constante.

En la consigna b, ordenaron las fracciones que se obtenían a partir de las mezclas. Si las escribimos de menor a mayor, queda la siguiente lista:

$$\frac{3}{10}, \frac{2}{7}, \frac{3}{8}, \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$$

Ubiquen en la lista anterior las fracciones $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ y $\frac{2}{5}$. Deben intercalarlas de manera que se conserve el orden entre todas.

Actividad anterior

Actividad siguiente

En esta actividad, los estudiantes deben comparar fracciones en forma descontextualizada. Aunque puedan apelar al contexto de las mezclas de pintura o a algún otro para dar sus explicaciones, la intención es fortalecer la conceptualización de las fracciones como números sobre los cuales se pueden establecer relaciones de manera independiente del contexto.

Si bien una alternativa para ordenar fracciones es recurrir a transformarlas en sus respectivas expresiones decimales, se sugiere que en la clase se fomente la discusión de otras estrategias para que emerjan y se puedan explicitar relaciones involucradas en las escrituras fraccionarias, que se invisibilizarían si el desafío se redujera solo a analizar si un número decimal es mayor o menor que otro. Para propiciar esto en el aula, el docente podría limitar el uso de la calculadora, proponer la expresión decimal como un medio de control del orden obtenido a partir de la comparación de fracciones o exigir desde la consigna que los estudiantes resuelvan la actividad de dos maneras distintas, por ejemplo, usando decimales y sin usarlos. A la vez, en este contexto, podría resultar enriquecedor trabajar también sobre la equivalencia entre la expresión decimal y las expresiones fraccionarias de un mismo número racional.

Para ubicar $\frac{1}{2}$ en la lista, por ejemplo, los estudiantes podrían identificar que una fracción será menor que esta si su numerador es menor que la mitad de su denominador, y será mayor que ella si el numerador es mayor que la mitad de su denominador. En esta estrategia, está implícita la idea de que en todas las fracciones equivalentes a $\frac{1}{2}$ el numerador es exactamente la mitad del denominador. De esta forma, podrán afirmar que $\frac{1}{2}$ es mayor que todas las fracciones de la lista.

Con el número $\frac{1}{3}$ se podría reelaborar la estrategia utilizada para $\frac{1}{2}$, esta vez analizando si el numerador es mayor o menor que la tercera parte del denominador. También sería posible buscar fracciones equivalentes para comparar fracciones con igual numerador:

- Utilizando la equivalencia $\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$, la fracción puede compararse con $\frac{3}{10}$, $\frac{3}{8}$ y $\frac{3}{7}$.
- Utilizando la equivalencia $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$, la fracción puede compararse con $\frac{2}{7}$.

Para ubicar $\frac{2}{5}$ en la lista, se pueden usar las siguientes estrategias:

- Transformar las dos fracciones en otras equivalentes con igual numerador para comparar los denominadores:

$$\frac{3}{10} = \frac{6}{20} \text{ y } \frac{2}{5} = \frac{6}{15}$$

- Transformar $\frac{2}{5}$ en $\frac{4}{10}$ y comparar los numeradores de las dos fracciones con igual denominador.

Resultará interesante que el docente plantee la discusión acerca del análisis de estas dos estrategias, y tal vez otras, y la idea de que, según los números involucrados, puede ser conveniente utilizar una u otra.

Se espera que esta actividad sea una oportunidad para reutilizar estrategias ya conocidas y también para construir otras nuevas. Todas ellas serán retomadas en la actividad 5, "Otra vuelta de comparaciones y cálculos con fracciones", para su sistematización.

Actividad 5. Otra vuelta de comparaciones y cálculos con fracciones

Actividad 3. Verdadero o falso

Se propone confrontar a los estudiantes con dos errores frecuentes vinculados con las operaciones en Q y con las relaciones de proporcionalidad, para luego retomar la discusión de argumentos que permitan analizarlos.

Uno de estos errores consiste en buscar el doble de una fracción duplicando el numerador y el denominador; el otro, en suponer que al sumar 1 en cada variable se conserva la relación de proporcionalidad.

Verdadero o falso

Actividad 3

Revisen las resoluciones al problema que se reproduce a continuación:

PROBLEMA 6

En esta tabla se presenta la cantidad de harina y agua que debe utilizarse para hacer vainillas.

a) Completar la tabla:

Cantidad de harina (en kilogramos)	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	....
Cantidad de agua (en litros)	$\frac{2}{3}$	....	....	....	2

b) Si se usa 1 kilo y medio de harina, ¿cuánta agua se necesitará?

A partir de este problema, dos estudiantes hicieron las siguientes afirmaciones:

- Federico dice que para 2 kilos de harina hacen falta $\frac{4}{6}$ litros de agua.
- Mariano dice que a 4 kilos de harina le corresponden 3 litros de agua.

¿Están de acuerdo con lo que dijeron Federico y Mariano? En cada caso, expliquen cómo pensaron la respuesta.

En la primera afirmación, se propone trabajar con un error frecuente, que es el de considerar que el doble de una fracción se obtiene al duplicar el numerador y el denominador. Para identificar que a 2 kilos de harina no le corresponden $\frac{4}{6}$ litros de agua, los estudiantes pueden contrastarlo con la parte b del problema 6, donde obtuvieron que para 1 $\frac{1}{2}$ kilos de harina se necesitaba 1 litro de agua (en ese caso, la cantidad de harina es menor que 2 kilos y la cantidad de agua es mayor que $\frac{4}{6}$). Además, en el espacio colectivo se podrá retomar la discusión para concluir que si se duplican el numerador y el denominador de una fracción, se obtiene una fracción equivalente a la original: $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$, que es la cantidad de litros de agua correspondientes a 1 kilo de harina.

La afirmación de Mariano se presenta con la intención de debatir otro error frecuente: el de suponer que si se suma 1 en ambas variables se conserva la relación de proporcionalidad. Si bien algunos estudiantes pueden responder que Mariano tiene razón, el espacio colectivo será una oportunidad para recuperar estrategias desplegadas anteriormente que permitan detectar el error. Por ejemplo:

- Si se multiplica por 4 la cantidad de agua necesaria para 1 kilo de harina, se puede llegar a la conclusión de que para 4 kilos de harina se necesitan $\frac{8}{3}$ litros de agua.
- Si se suman los valores correspondientes a 1 kilo y a 3 kilos de harina, se puede obtener que para 4 kilos de harina se necesitan 2 $\frac{2}{3}$ litros de agua.

Además de reconocer que Mariano estaba equivocado, porque para 4 kilos de harina se necesitan menos de 3 litros de agua, la comparación de los resultados obtenidos con estas estrategias permitirían volver sobre la equivalencia de las distintas expresiones:

$$2 + \frac{2}{3} = 2\,\frac{2}{3} = \frac{8}{3}$$

Aparte de la discusión colectiva sobre estos ítems, sería oportuno que el docente propusiera escribir algunas conclusiones que se desprendieran de lo trabajado en torno a estos problemas, con la intención de generalizar lo identificado para estos casos particulares. Podrían surgir, por ejemplo, frases como las siguientes:

- Si duplico el numerador y el denominador de una fracción, obtengo una fracción equivalente.
- Si duplico el numerador y el denominador de una fracción, no obtengo su doble.
- Sumar 1 en cada variable no mantiene la relación de proporcionalidad.

Actividad 4. Tablas de proporcionalidad y cálculos con fracciones

En esta actividad, se propone a los estudiantes realizar una tarea nueva: analizar si una tabla representa o no una relación de proporcionalidad directa. A partir de este trabajo, se busca reutilizar las técnicas e ideas previas para multiplicar o dividir fracciones y reconocer otras nuevas (por ejemplo, que para dividir una fracción por 3 se puede multiplicar por 3 su denominador).

Tablas de proporcionalidad y cálculos con fracciones

Actividad 4

Decidan si la siguiente tabla podría representar una relación de proporcionalidad directa. Expliquen en qué se fijaron para decidir.

x	9	3	$1\frac{1}{2}$	1	2
y	$\frac{5}{3}$	$\frac{3}{15}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{2}{15}$

Actividad anterior

Actividad siguiente

En esta actividad, se presenta una tabla cuyos valores podrían corresponder a una relación de proporcionalidad directa, excepto por los de la cuarta columna. A su vez, los valores de la tabla fueron elegidos con la intención de revisar algunas técnicas e ideas sobre la multiplicación y la división de fracciones por un número natural. En función de por dónde comiencen a analizar la tabla, los estudiantes podrían identificar distintas relaciones.

En particular, para el valor x = 3 se utilizó la fracción $y = \frac{3}{15}$, en vez de $y = \frac{1}{5}$, para que sea posible conjeturar que dividir por 3 una fracción es lo mismo que multiplicar por 3 su denominador, y extender así una propiedad que ya podría haber aparecido para el cálculo de mitades (dividir por 2 una fracción es lo mismo que duplicar su denominador).

Para el valor $x = 1\frac{1}{2}$, se espera que los estudiantes identifiquen que es la mitad de 3, y a partir de esto pueden usar distintas estrategias:

- Duplicar el denominador de la fracción $\frac{3}{15}$ y obtener $\frac{3}{30}$, para luego identificar la equivalencia $\frac{3}{30} = \frac{1}{10}$.
- Identificar la equivalencia $\frac{3}{15} = \frac{1}{5}$, para luego duplicar el denominador de la fracción $\frac{1}{5}$ y obtener $\frac{1}{10}$.

Para analizar el valor correspondiente a x = 1 es posible apoyarse en el valor de x = 3. De esta forma, como 1 es la tercera parte de 3, tendrían que determinar si $\frac{1}{30}$ es o no la tercera parte de $\frac{3}{15}$. Al dividir por 3 el numerador de $\frac{3}{15}$, obtendrían la fracción $\frac{1}{15}$, que no es equivalente a la que se presenta en la tabla. Otra opción es multiplicar por 3 la fracción $\frac{1}{30}$, para ver si se obtiene otra equivalente a $\frac{3}{15}$.

Por otro lado, al analizar la relación entre los valores que aparecen en las últimas dos columnas, es posible reconocer que no hay proporcionalidad entre ellos, ya que la mitad de $\frac{2}{15}$ es $\frac{1}{15}$, o el doble de $\frac{1}{30}$ es $\frac{2}{30}$. Esto permite establecer que la tabla no puede representar una relación de proporcionalidad directa. Luego, al identificar otras relaciones, podrían concluir que el valor de la variable y correspondiente a x = 2 es coherente con el resto de la tabla, mientras que el correspondiente a x = 1 no respeta esta relación.

En la puesta en común, el docente podrá propiciar la recuperación de estas ideas y proponerles a los estudiantes una nueva tarea: que encuentren el valor de y para x = 1, de forma tal que la tabla efectivamente represente una relación de proporcionalidad.

Actividad 5. Otra vuelta de comparaciones y cálculos con fracciones

Con esta actividad se busca que los estudiantes puedan recuperar y sintetizar algunas técnicas para comparar fracciones, así como también distintas estrategias para la multiplicación y la división. Además, se les pide que den argumentos sobre el funcionamiento de dichas estrategias, para que identifiquen si se pueden usar siempre, a veces o nunca.

Otra vuelta de comparaciones y cálculos con fracciones

Actividad 5

a. Completen las siguientes afirmaciones, de modo que resulten verdaderas:

- Si dos fracciones tienen el mismo denominador, es mayor ____________________
- Si dos fracciones tienen el mismo numerador, es mayor ____________________
- Si dos fracciones tienen distinto numerador y denominador, se pueden buscar fracciones equivalentes para ____________________
- Una fracción es menor que $\frac{1}{2}$ si ____________________

b. En el siguiente cuadro se enuncian algunas estrategias para resolver multiplicaciones y divisiones que involucran fracciones. Analicen si estas estrategias funcionan siempre, a veces o nunca, y expliquen por qué.

Estrategia	Funciona: ¿siempre, a veces o nunca?	Ejemplos/Explicaciones
Para dividir por 2 una fracción, se puede multiplicar el denominador por 2.		
Para dividir por 2 una fracción, se puede dividir por 2 el numerador.		
Para buscar el doble de una fracción, se pueden multiplicar por 2 el numerador y el denominador.		
Para multiplicar una fracción por un número natural, alcanza con multiplicar el numerador de la fracción por dicho número natural.		

Actividad anterior
Actividad siguiente

En la consigna **a**, se realiza una síntesis de las distintas técnicas para comparar fracciones que fueron trabajadas a lo largo de las actividades.

En la consigna **b**, se ponen en discusión algunas estrategias relacionadas con la multiplicación y la división entre una fracción y un número natural. Se apunta a debatir si cada estrategia funciona siempre, a veces o nunca, poniendo en juego distintos tipos de reflexiones y argumentaciones:

- Para decidir que una estrategia funciona siempre, deberán explicitar las razones que dan cuenta de su funcionamiento. No se esperan argumentos formales, sino que puedan explicar el razonamiento apoyándose en ejemplos en los que se pueda reconocer cierta generalidad. Es decir, en la última afirmación, los estudiantes podrían basarse en la suma reiterada de fracciones y escribir algo como: "Funciona siempre, porque multiplicar por un número es como sumar varias veces la fracción. Por ejemplo: $3 \times \frac{9}{4} = \frac{9}{4} + \frac{9}{4} + \frac{9}{4} = \frac{27}{4}$ y $27 = 9 \times 3$".

- Para decidir que una estrategia funciona a veces, será necesario que los estudiantes reconozcan que en algunos casos sirve, pero en otros no. En este sentido, se espera que puedan identificar las condiciones bajo las cuales dicha estrategia puede usarse. En el caso de "Para dividir por 2 una fracción, se puede dividir por 2 el numerador", podrían notar que solo es posible utilizarla en los casos en los que el numerador es un número par.
- Para decidir que una estrategia no funciona nunca, deberían explicar por qué tal como está formulada es incorrecta y, eventualmente, reformularla. En este caso, en el que la afirmación es "Para buscar el doble de una fracción, se pueden multiplicar por 2 el numerador y el denominador", se intenta volver sobre la idea de que al multiplicar por 2 el numerador y el denominador de una fracción se obtiene una fracción equivalente, y podrían mostrar algún ejemplo como el siguiente: "Si se quiere obtener el doble de $\frac{3}{5}$ y se multiplica el numerador y el denominador por 2, se obtiene $\frac{6}{10}$, que es equivalente a $\frac{3}{5}$, y no el doble".
  Además, podrían decir que para conseguir el doble de una fracción hay que multiplicar por 2 solo el numerador.

Actividad 6. Sintetizar lo aprendido con los problemas

En esta última actividad, se busca que los estudiantes puedan escribir las ideas trabajadas con este material sobre los números racionales, en particular, aquellas vinculadas con las relaciones de proporcionalidad y de orden. Sugerimos dos posibles alternativas de trabajo:

- Si disponen de conectividad, este listado puede realizarse en un Documento de Google. De esa manera, producirían un texto en forma colaborativa.
- Si no se dispone de conectividad, se puede elaborar un documento en la carpeta de clase o en la computadora, y será el docente quien, en una puesta en común, retome las conclusiones y las socialice con todo el grupo.

Sintetizar lo aprendido con los problemas

Actividad 6

Armen un listado de las ideas que aprendieron o recordaron con estas actividades.

Actividad anterior

Esta actividad tiene como objetivo la escritura de una síntesis de los conocimientos que se han puesto en juego a lo largo del trabajo realizado. Es posible que el docente haya propuesto, en las situaciones previas, la escritura de conclusiones, consejos o indicaciones sobre aquellos aspectos que fueron identificados como importantes. En la actividad 5, "Otra vuelta de comparaciones y cálculos con fracciones", se trabajó con ciertas afirmaciones generales e ideas acerca de la comparación, la multiplicación y la división de fracciones que podrán recuperarse en esta instancia.

Actividad 5. Otra vuelta de comparaciones y cálculos con fracciones

En esta oportunidad, la intención es elaborar de manera colectiva un texto que reúna aquellas formulaciones relevantes y guardarlo de modo tal que esté disponible para los estudiantes. Así, puede ser revisado y reelaborado en nuevas versiones, en caso de ser necesario.

La escritura de estas ideas es un hecho relevante en el trabajo del aula en tanto representa una manera de dejar por escrito las ideas y los acuerdos a los que cada grupo llega durante el proceso de estudio.

Orientaciones para la evaluación

Como se menciona en la introducción de esta propuesta, las actividades aquí planteadas apuntan a que los estudiantes puedan revisar contenidos ya trabajados. Se trata de que analicen los conocimientos adquiridos desde la perspectiva más amplia que les ofrece el recorrido transitado.

En ese sentido, el avance puede estar dado tanto por el aprendizaje de nuevas ideas como por el conjunto de relaciones que los estudiantes consigan establecer, por las explicitaciones que puedan formular y por la consistencia de las explicaciones que progresivamente estén en condiciones de producir.

Este material —como se ha dicho— les propone a los estudiantes un conjunto de situaciones de estudio con el objetivo no solo de profundizar un contenido específico, sino también de colaborar con ellos, desde la enseñanza, en la construcción de mayores niveles de autonomía. Ese aspecto también puede ser tenido en cuenta en la ponderación de sus avances. Se trata, sin dudas, de una construcción a largo plazo, en la que es posible —y necesario— alentarlos en la consideración de este tipo de tareas como uno de los recursos a los que pueden apelar para estudiar este y otros contenidos del área. Es decir, el objetivo es ayudar a los estudiantes a trascender el plano de la resolución de las actividades puntuales para ir construyendo la idea de que, para estudiar Matemática, es posible realizar otras tareas además de rehacer problemas similares a los resueltos en clase.

Por último, es probable que estas actividades sean previas o que constituyan parte de la preparación para la evaluación que los docentes tomen sobre los contenidos planteados. El desempeño de los estudiantes en ese dispositivo, a partir del trabajo realizado, puede constituir otro de los elementos de evaluación.

Bibliografía

G.C.B.A. "Apoyo a los alumnos de primer año en el inicio del nivel medio. Documento n° 2. La formación de los alumnos como estudiantes. Estudiar matemática". Secretaría de Educación, Subsecretaría de Educación, Dirección General de Planeamiento, 2005.

G.C.B.A. Ministerio de Educación. *Diseño Curricular para la Nueva Escuela Secundaria de la Ciudad de Buenos Aires. Formación general*. Ciclo Básico del bachillerato, 2015.

— *Matemática. Números racionales*. Serie Aportes para la Enseñanza del Nivel Medio. Coord. de Marcela Benegas, especialistas: Haydée Barrero, Susana Beltrán, Fernando Bifano, Cristina Carpintero, Gema Fioriti, Horacio Itzcovich, Carmen Sessa y Silvia Veiga, 2006.

Notas

1 G.C.B.A. Ministerio de Educación. *Diseño Curricular para la Nueva Escuela Secundaria de la Ciudad de Buenos Aires. Formación general*. Ciclo Básico del bachillerato, 2015, p. 516.

Vamos Buenos Aires